

# 非駆動自由度の陰表現を含んだ重心ヤコビアンによる 脚型ロボットの全身協調反力操作

杉原 知道<sup>\*1</sup> 中村 仁彦<sup>\*1\*2</sup>

## Whole-body Cooperative Reaction Force Manipulation on Legged Robots with COG Jacobian involving Implicit Representation of Unactuated Coordinates

Tomomichi Sugihara<sup>\*1</sup> and Yoshihiko Nakamura<sup>\*1\*2</sup>

Reaction force manipulation is one of the key issues on the motor control of legged systems, which moves with a number of joints cooperated on the unactuated floating baselink under the discontinuously varying contact status. This paper presents two solutions to this problem both in strict and approximate forms. A mass-concentrated model which the latter is based on represents the core dynamics of the legged system by a relationship between the center of gravity (COG) and the zero moment point (ZMP). The desired reaction force under the dynamical constraint is equivalently converted to COG acceleration, and COG Jacobian which implicitly involves unactuated coordinates maps the desired acceleration to the movement of the whole actuated joints. Although it is a pragmatic approach, requirement of less computational cost encourages a realtime implementation. A highly-precise ZMP manipulation by the acceleration offset with an estimation of the effect of neglected moment around COG is also proposed.

**Key Words:** Legged Robot, Reaction Force Manipulation, Structure-varying System, Underactuated System, COG Jacobian

### 1. はじめに

脚型ロボットは、多数のリンクおよび関節体から成る大自由度系であり、加えて接地状態の不連続な推移に伴い系の自由度が変化する構造可変系 [1] でもある。接地状態の変化に応じて、ロボットは時に浮遊リンク系、時に複雑な形状を持つ足裏曲面によって転がり接触する系として振る舞うが、これらの運動は非ホロノミックな拘束を受け、その制御器設計は容易でないことが知られている [2]。さらに、慣性系に直結した駆動源を持たず、関節力を環境との相互作用を通して反力に変換することで初めて運動できる [3]。したがって、接地状態ごとに異なる様々な力学的制約の下で、いかに巧みに大自由度を協調させ反力を操作するかが脚型ロボット制御の要であり、大きな技術課題となる。

接地状態に応じて課せられる力学的制約を比較的簡単に扱うために、環境から受ける反力を床面上の圧力中心である ZMP (Zero Moment Point [4]) および垂直反力と鉛直軸まわりモーメントの組で置換することが有効である。特に ZMP は水平方

向運動との関係が深く、脚型ロボットの移動制御において重視されている。ZMP の操作に関してはこれまでに、足首トルクを用いる方法 [5]~[9] や、腰の加速を用いる方法 [10] [11] などが提案されているが、これらは大自由度ロボットの全身運動と ZMP の挙動とを見通しよく関連づけることが困難である。ZMP を制御対象とする方法 [12]~[15] もあるが、躍度 (加速度の変化率) やトルク変化率の高精度な操作を要求する。伊藤ら [16] も両脚支持状態において ZMP の制御を行っているが、これは実質的に重心の水平位置制御と等価なものである。

一方、系全体の力学的挙動を代表する点として重心に着目し、低次元モデルを設定することの有効性が論じられている。宮崎・有本 [17] は特異摂動法を利用して、2 脚ロボットモデルのモードを遅いモードと速いモードとに分離できることを示した。また古荘ら [18] は、支持脚足首以外の各関節にハイゲインなサーボ制御を施すことによって、遅いモードだけで系全体の振る舞いを比較的高い精度で近似することが可能であることを示した。これらの研究で明らかにされた遅いモードとは、定性的に言えば重心が ZMP よりも上方に位置することに起因する倒立振り子と同種のモードであり、この考え方に基づく低次元モデルを利用した制御も多く提案されている [10] [19]~[22]。しかし重心を用いて表現した低次元モデルと詳細な多リンクモデルとの差は大きく、その差を埋める手段が問題となる。すなわち、重心は全関節角度から決まる多変数非線形関数であるために、これを

原稿受付 2004 年 11 月 8 日

<sup>\*1</sup> 東京大学大学院情報理工学系研究科

<sup>\*2</sup> 科学事業振興事業団戦略的基礎研究推進事業

<sup>\*1</sup> University of Tokyo

<sup>\*2</sup> Japan Science and Technology Corporation, CREST Program

全身関節の運動へと還元する、いわゆる逆問題を解くことが困難である。呉松ら [23] は、計画した重心の動きを実現するような全身の動きをニューラルネットワークによって求める方法を採用しているが、重心を表す関数の非線形な特性を獲得する学習精度については検証が必要である。またこの方法は、ロボットの質量分布が運搬物などによって変化する場合に利用できない。水内ら [24] は、各関節の DC モータに与えられるトルク指令値と実際に発生しているトルクとの誤差を最小化するように各関節を動かすことで、重心を所望の位置に移動させる方法を提案している。これは慣性力の影響を考慮しておらず、準静的な動作にのみ応用可能である。

これに対し、マニピュレータの制御においてしばしば導入される、手先の運動と関節の運動とを関連づけるヤコビアンを用いた方法 [25] [26] と同様に、重心運動と関節の運動とを陽に関連づける重心ヤコビアンを用いた運動計画あるいは制御法がこれまでに数例報告 [27]~[29] されている。しかし、これらはいずれもベースリンクが固定されない脚型ロボット特有の性質を考慮しておらず、接地状態の変化に併せてモデルを交換しなければならない。梅谷・吉田 [30] は、宇宙用ロボットマニピュレータのような空間に浮遊しているリンク系が運動量保存則・角運動量保存則に支配されることに基づき、その運動を表す行列を一般化ヤコビアンと名付けた。脚型ロボットの場合は構造可変系であるために、表現が宇宙用ロボットよりも複雑になる。

本稿では、ロボットと環境との接触による構造変化を含んだ一般的な形で、この問題の厳密な解法、および重心に全質量が集中したモデルに基づく近似解法を与える。大自由度を持つ脚型ロボットでは、理論上の困難さと共に計算コストという実装上の問題も生じるが、近似モデルはこれを低減し、同時に反力に課せられる力学的制約の直截的な扱いを可能にする。質量集中モデルの運動を関節運動に還元するために、特に接地状態ごとに異なるベースリンクの非駆動な運動に関する拘束条件を陰に含む形で重心ヤコビアンを導出し、駆動関節の運動のみによる重心運動の表現を可能にする。これに速度分解法 [25] を適用することで、全関節の協調と反力 (ZMP) 操作の両立が達成される。さらに、近似モデルにおいて無視された角運動量の影響を吸収し、高精度な ZMP 操作を実現するための加速度補正法を提案する。最後に、提案手法を用いた制御器設計の例を具体的に示し、シミュレーションおよび実験によってその有効性を確認する。

## 2. 脚型ロボットの厳密な制御と質量集中モデルによる近似

### 2.1 脚型ロボットのモデルと運動方程式

脚型ロボットを、Fig. 1 のようにベースリンク (リンク 0 とする) が浮遊した木構造リンク系としてモデル化する。また慣性座標系を  $\Sigma_W$ 、ベースリンクに固定された座標系を  $\Sigma_0$  とし、ロボットの運動を状況に応じてこれらのいずれかで表現することにする。このとき運動方程式は次のように表される [3] [31]。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \mathbf{F} \quad (1)$$

ただし  $\mathbf{H}_{ij}$  は慣性行列、 $\mathbf{q}_0$  はベースリンク 6 自由度を表す一

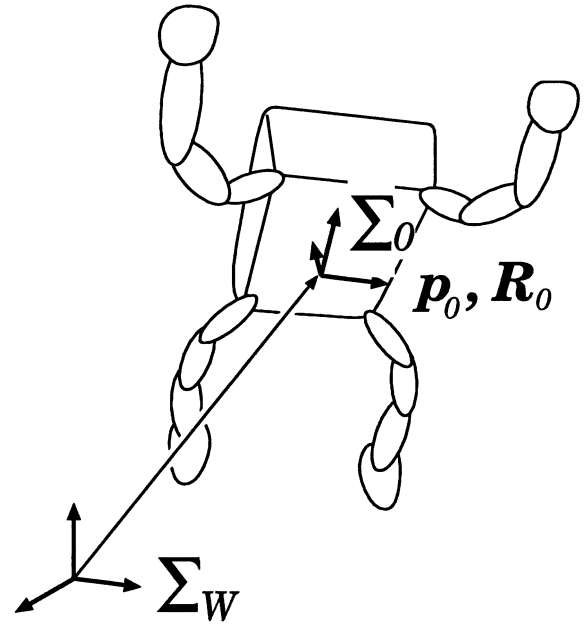


Fig. 1 Multi-legged robot model

般化座標、 $\boldsymbol{\theta}$  は関節角ベクトル、 $\mathbf{b}_i$  は遠心力・コリオリ力・重力を含む項、 $\boldsymbol{\tau}$  は関節トルク、 $\mathbf{F}$  はロボットが受ける全外力 (6 軸力)、 $\mathbf{K}_i$  は外力を一般化力に変換する行列である。さらに

$$\dot{\mathbf{q}}_0 \equiv \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \end{bmatrix}, \mathbf{F} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_1 \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{O} \\ (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_C) \times \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

とする。ただし  $\mathbf{p}_0$  は  $\Sigma_W$  から見た  $\Sigma_0$  の原点位置ベクトル、 $\boldsymbol{\omega}_0$  は  $\Sigma_W$  に対する  $\Sigma_0$  の角速度ベクトル、 $\mathbf{f}$ 、 $\mathbf{n}$  はそれぞれロボットが環境から受ける全外力 (並進力) およびある点  $\mathbf{p}_C$  まわりに受ける全外モーメント、 $\mathbf{p}_G$  は重心とする。また、任意の  $3 \times 1$  ベクトル  $\mathbf{v}$  に対し  $\mathbf{v} \times$  は外積行列を表す。

式 (1) の上部は、ベースリンクが慣性系から直接駆動力を受けないことを表し、次の式と等価である。

$$m(\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g}) = \mathbf{f} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{L}}(\mathbf{p}_G) = (\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_G) \times \mathbf{f} + \mathbf{n} \quad (4)$$

ただし  $m$  はロボットの全質量、 $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$  は重力加速度である。また任意の点  $\mathbf{p}$  に対し  $\mathbf{L}(\mathbf{p})$  は、 $\mathbf{p}$  まわりのロボットの角運動量を表し、次式で定義される。

$$\mathbf{L}(\mathbf{p}) = \sum_{i=0}^{n-1} \{ m_i(\mathbf{p}_{G,i} - \mathbf{p}) \times \dot{\mathbf{p}}_{G,i} + \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i \} \quad (5)$$

ただし  $n$  はリンクの数、 $\mathbf{p}_{G,i}$ 、 $\mathbf{I}_i$  はそれぞれリンク  $i$  の重心および重心まわり慣性テンソルである。特に式 (4) は非ホロノミックな拘束条件となっている。また  $\mathbf{F}$  は環境のダイナミクスにも依存し、各接触点において引っ張り方向に力を発生できないこと、および摩擦力に関する次のような制約条件が課される。

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}_0, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{F}) \geq \mathbf{0} \quad (6)$$

一般にロボットは環境と三次元的に接触するため、式 (6) の実際の表現は複雑なものとなる (付録 A 参照)。

## 2.2 非駆動自由度を考慮した厳密な制御器設計

Yoshida [31] は、式 (1) で表されるような、非駆動自由度を有し環境から力を受ける系の制御問題の一般的な解法を示しているが、これは外力が比較的緩慢に変化する場合にのみ有効である。本節では、環境との頻繁な衝突や急激な加速等で外力が不連続に変化する脚型ロボットに適した制御器設計法を示す。

以下では、簡単のために次のような仮定をおく。

- (1)  $\theta$  に含まれるすべての関節は駆動関節である。
  - (2) ロボットとの接触による環境の変形は無視できる。
- このとき、ベースリンクの並進・回転速度と残りの関節角速度との関係は一般的に次式のように表される。

$$\dot{q}_0 = Q\dot{\theta} + v_0 \quad (7)$$

ただし  $Q$  および  $v_0$  は、ロボットと環境との接触状態に応じて変わる。すなわちロボットが環境と接触せず完全に浮遊していれば、式 (7) は運動量・角運動量保存則が支配する関係式を表し、式 (3), (4) を 1 階積分したものとなる。またあるリンクが面接触していれば、ベースリンクから見たそのリンクの相対運動から式 (7) が求まる。点接触や線接触など部分的に角運動量保存則が成り立つような場合は、これらの組み合わせとなる。詳細は 3.2 節にて述べる。これを 1 階微分すれば次式を得る。

$$\ddot{q}_0 = Q\ddot{\theta} + a_0 \quad (8)$$

ただし

$$a_0 \equiv \dot{Q}\dot{\theta} + \dot{v}_0 \quad (9)$$

これに基づき、脚型ロボットの制御器を次のように厳密な方法で設計できる。すなわち、ある適当な接触状態を仮定すれば、それに応じて式 (8) のような形で表される拘束条件が一つ求まり、それを式 (1) に代入して  $\ddot{q}_0$  を消去すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} \widehat{H}\ddot{\theta} + \widehat{b} &= \tau \quad (10) \\ F &= K_1^{-1} \{ (H_{11}Q + H_{12})\ddot{\theta} + H_{11}a_0 + b_1 \} \quad (11) \end{aligned}$$

ただし

$$\widehat{H} \equiv H_{21}Q + H_{22} - K_2K_1^{-1}(H_{11}Q + H_{12}) \quad (12)$$

$$\widehat{b} \equiv H_{21}a_0 + b_2 - K_2K_1^{-1}(H_{11}a_0 + b_1) \quad (13)$$

(式 (2) より、 $K_1$  は正則である) よって、例えば被制御量  $x = x(q_0, \theta)$  の目標値  ${}^{ref}x$  が与えられたときは、次のように入力  $\tau$  を設計することで安定化できる。

$$\begin{aligned} \tau &= \widehat{b} + \widehat{H} \left( \frac{\partial x}{\partial q_0} Q + \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^{\#} \left\{ P({}^{ref}x - x) - D\dot{x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial x}{\partial q_0} a_0 - \left( \frac{\partial x}{\partial q_0} \right) \dot{q}_0 - \left( \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \dot{\theta} \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

ただし  $P, D$  はそれぞれ比例係数行列、微分係数行列であり、任意の行列  $A$  に対し  $A^{\#}$  は  $A$  の一般逆行列を表す。このようにして制御入力を決め、式 (11) から外力を求めた結果、式 (6) が満足されないことが起こり得る。これは、最初に仮定した接触状態に力学的な矛盾があることを意味する。したがってその場合は式 (6) が満足され矛盾がなくなるまで、別の接触状態を仮定し直し同じ手順を繰り返せばよい。

以上の方法によって、一般的な脚型ロボットの制御が理論的に可能になる。しかし  $\widehat{H}, \widehat{b}, C(q_0, \theta, F)$  等は非線形性が強くサイズの大きい行列・ベクトルであり、また繰り返し計算も伴うので、このままでは計算コストが高い。複雑な環境下で迅速な行動を要求される脚型ロボットにおいては解法として現実的でない。

次節では、厳密さを若干犠牲にしながらも計算コストを大幅に低減する、近似モデルを用いた方法を提案する。

## 2.3 質量集中モデルによる運動方程式の近似と制御

式 (3), (4) においてモーメントの中心  $p_C$  を ZMP に選び、接触点においては理想的に十分な静止摩擦力が得られると仮定すると、式 (6) は次のような簡潔な形となる。

$$g^T f \geq 0 \quad (15)$$

$$p_Z \in S \quad (16)$$

ただし  $p_Z$  は ZMP,  $S$  は支持領域 (接触点群の凸包) である。

また、脚型ロボットの運動において重心まわり角運動量変化の影響は十分小さいと仮定し、全質量が仮想的に重心に集中したモデルを考えると、式 (4) は次のようになる。

$$(p_G - p_Z) \times f = 0 \quad (17)$$

これと式 (3) より、次式を得る。

$$\ddot{x}_G = \zeta(x_G - x_Z) \quad (18)$$

$$\ddot{y}_G = \zeta(y_G - y_Z) \quad (19)$$

$$\ddot{z}_G = \frac{f_z}{m} - g \quad (20)$$

$$\zeta \equiv \frac{f_z}{m(z_G - z_Z)} \quad (21)$$

ただし  $p_G \equiv [x_G \ y_G \ z_G]^T$ ,  $p_Z \equiv [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$ ,  $f \equiv [f_x \ f_y \ f_z]^T$  とした。ここに、 $z_Z$  は地面の鉛直高さであり既知である。式 (18)~(20) は、次の二つの事実を示唆する。すなわち、(i) ZMP の水平方向位置  $x_Z, y_Z$  および垂直反力  $f_z$  を操作量として重心を制御できる。(ii) 何らかの方法で重心加速度を操作することで、間接的に外力を操作できる。これらのことに基づき、次のような制御を提案する。

まず、操作量  $x_Z, y_Z$  および  $f_z$  の目標値  ${}^d x_Z, {}^d y_Z$  および  ${}^d f_z$  を、式 (15), (16) を満たす範囲で決定し、これと等価な重心加速度の目標値  ${}^d \ddot{p}_G$  を、式 (18)~(20) より求める。

$${}^d \ddot{x}_G = {}^d \zeta(x_G - {}^d x_Z) \quad (22)$$

$${}^d \ddot{y}_G = {}^d \zeta(y_G - {}^d y_Z) \quad (23)$$

$${}^d \ddot{z}_G = \frac{{}^d f_z}{m} - g \quad (24)$$

$${}^d\zeta \equiv \frac{{}^d f_z}{m(z_G - {}^d z_z)} \quad (25)$$

アクチュエータに瞬間的に正確な加速度を与えることは困難であるため、予めこれらを次式のように1階積分し、速度の目標値 ${}^d\dot{\mathbf{p}}_G$ とする。

$${}^d\dot{\mathbf{p}}_G = \dot{\mathbf{p}}_G + \int_{\Delta t} {}^d\ddot{\mathbf{p}}_G dt \quad (26)$$

ただし $\Delta t$ は制御周期である。これは、十分短い時間 $\Delta t$ で重心速度が $\dot{\mathbf{p}}_G$ から ${}^d\dot{\mathbf{p}}_G$ に滑らかに変化し、その間の加速度が平均加速度 $({}^d\dot{\mathbf{p}}_G - \dot{\mathbf{p}}_G)/\Delta t$ で比較的精度よく近似できることを期待しているものである。次に、式(15)、(16)と整合する接触状態をあらかじめ定め、式(7)を得る。これに基づき、非駆動自由度の運動を陰に含んだ重心ヤコビアン $\mathbf{J}_G$ を求める。この詳細は次章にて述べる。そして $\mathbf{J}_G$ を用い、 ${}^d\dot{\mathbf{p}}_G$ を目標関節角速度 ${}^d\dot{\boldsymbol{\theta}}$ に分解する。これは次の方程式を解くことで求まる。

$$\mathbf{J}_G {}^d\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{v}_G = {}^d\dot{\mathbf{p}}_G \quad (27)$$

ただし $\mathbf{v}_G$ は、式(7)における $\mathbf{v}_0$ を重心速度に変換したものである。こうして求めた ${}^d\dot{\boldsymbol{\theta}}$ を実現するように関節ごとに局所フィードバック制御を行えば、最終的に ${}^d x_z$ 、 ${}^d y_z$ および ${}^d f_z$ を実現する全身の運動が生成される。

このように、外力をZMPおよび垂直反力に置き換えることで、力学的な制約を簡単にかつ直截的に考慮でき、また、質量集中モデルを仮定することで、所望の反力から全身運動への変換が少ない計算量で行えるようになる。重心はロボットの質量特性をパラメータに含むものの、本質的に幾何学的な物理量である。すなわち本提案は、幾何学によって力学を精度よく近似できることを示したものである。

### 3. 非駆動自由度の陰表現を含む重心ヤコビアン

#### 3.1 ベースリンクが浮遊したリンク系の重心ヤコビアン

本節では、まずFig.1のようなモデルで表される一般的な脚型ロボットの重心ヤコビアンにおいて、非駆動自由度であるベースリンクの運動を陰に表現する方法について述べる。重心 $\mathbf{p}_G$ は一般化座標 $\mathbf{q}_0$ および $\boldsymbol{\theta}$ の関数となるため、次式が成り立つ。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \mathbf{q}_0} \dot{\mathbf{q}}_0 + \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (28)$$

2.2節でおいた仮定の下では、ベースリンク速度と関節速度の関係が式(7)のように表されるので、式(28)は次のようになる。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \left\{ \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \mathbf{q}_0} \mathbf{Q} + \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right\} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \mathbf{q}_0} \mathbf{v}_0 \quad (29)$$

この式における

$$\mathbf{J}_G \equiv \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \mathbf{q}_0} \mathbf{Q} + \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (30)$$

が、非駆動自由度を陰に含む重心ヤコビアンの一般形である。具体的な表現は次節にて示す。以降では、特に断りのない限り、非駆動関節を陰に含む重心ヤコビアンを単に重心ヤコビアンと呼ぶことにする。

#### 3.2 接地状態に応じたベースリンク運動の拘束条件

慣性座標系 $\Sigma_W$ に対するロボットボディ上の任意の点 $\mathbf{p}$ の速度および任意のリンク $i$ の角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ は次のように表せる。

$$\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}) \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \dot{\mathbf{p}} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \boldsymbol{\omega}_i \quad (32)$$

ただし $\mathbf{R}_0$ は $\Sigma_0$ から $\Sigma_W$ への姿勢変換行列、 ${}^0\boldsymbol{\omega}_i$ は $\Sigma_0$ に対するリンク $i$ の相対角速度ベクトル、 ${}^0\mathbf{p}$ は $\Sigma_0$ から見た点 $\mathbf{p}$ の相対位置ベクトル、 ${}^0\dot{\mathbf{p}}$ は $\Sigma_0$ に対する点 $\mathbf{p}$ の相対速度ベクトルである。Orinら[32]の方法を用いれば、次式を満たすヤコビアン ${}^0\mathbf{J}_{\Omega i}$ および ${}^0\mathbf{J}$ が容易に求まる。

$${}^0\dot{\mathbf{p}} = {}^0\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (33)$$

$${}^0\boldsymbol{\omega}_i = {}^0\mathbf{J}_{\Omega i}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (34)$$

式(31)より、ロボットの重心速度 $\dot{\mathbf{p}}_G$ は次式で表される。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G) \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \dot{\mathbf{p}}_G \quad (35)$$

また ${}^0\dot{\mathbf{p}}_G$ は次のように表せる。

$${}^0\dot{\mathbf{p}}_G = \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i {}^0\dot{\mathbf{p}}_{G_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i {}^0\mathbf{J}_{G_i}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (36)$$

ただし ${}^0\mathbf{p}_{G_i}$ は $\Sigma_0$ に対するリンク $i$ の重心位置であり、 ${}^0\mathbf{J}_{G_i}$ は式(33)より求まる。また $\mu_i$ は、次式で定義されるロボット全質量に対するリンク $i$ の比質量である。

$$\mu_i \equiv \frac{m_i}{m} \quad \left( m \equiv \sum_{j=0}^{n-1} m_j \right) \quad (37)$$

式(36)より、 $\Sigma_0$ における相対重心ヤコビアン ${}^0\mathbf{J}_G$ を次式のように定義する。

$${}^0\mathbf{J}_G \equiv \sum_{i=0}^{n-1} \mu_i {}^0\mathbf{J}_{G_i} \quad (38)$$

これを用いれば、式(35)は次のように表すことができる。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G) \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (39)$$

すなわち、

$$\frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \mathbf{q}_0} \equiv [\mathbf{1} - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G) \times], \quad \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \equiv \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \quad (40)$$

さて、運動とともに推移する脚型ロボットの接地状態は、支配物理法則に基づけば、Fig.2に示すように(i)無接地、(ii)1点接地、(iii)2点(同一直線上に存在する点群での)接地、(iv)3点(同一直線上に存在する点以外の点も含む点群)以上の接地の4種に分類できる。特に(i)~(iii)の下での運動は、非常に強い拘束条件である角運動量保存則に支配される。ここで式(5)をベースリンク速度を用いた表現に変形しておこう。

$$\mathbf{L}(\mathbf{p}) = \mathbf{A}(\mathbf{p})\dot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{A}_{\Omega}(\mathbf{p})\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{A}_{\Theta}(\mathbf{p})\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (41)$$

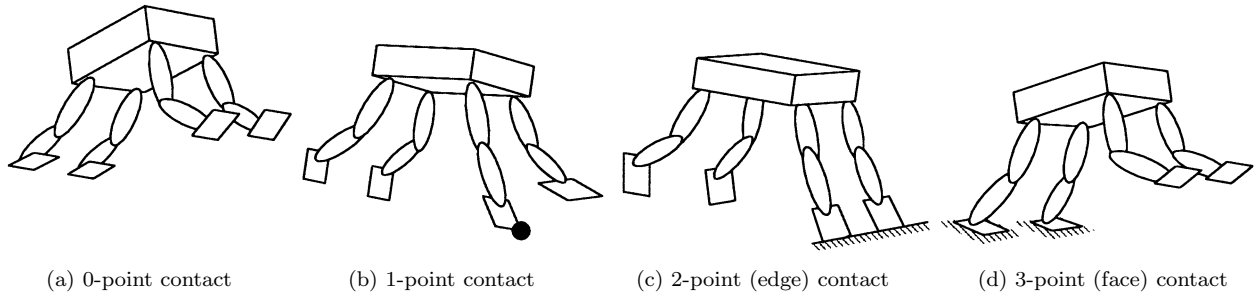


Fig. 2 Contact state variations of a legged robot

ただし,

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}) \equiv \sum_{i=0}^{n-1} m_i (\mathbf{p}_{G_i} - \mathbf{p}) \times \quad (42)$$

$$\mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}) \equiv \sum_{i=0}^{n-1} \{m_i (\mathbf{p}_{G_i} - \mathbf{p}) \times \mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{G_i} \times + \mathbf{I}_i\} \quad (43)$$

$$\mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}) \equiv \sum_{i=0}^{n-1} \{m_i (\mathbf{p}_{G_i} - \mathbf{p}) \times \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{G_i} + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\Omega_i}\} \quad (44)$$

以下では, 上記の分類に従って  $\mathbf{Q}$  および  $\mathbf{v}_0$  をおのおの導出する.

### I. 無接地状態

無接地状態では外力をまったく受けず, 重心速度は運動量保存則によって完全に決定される. すなわち,

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \bar{\mathbf{v}}_G - g\mathbf{t} \quad (45)$$

ただし  $\bar{\mathbf{v}}_G$  は初期重心速度,  $t$  は時間である. よって式 (39) より,

$$\dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G) \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} = \bar{\mathbf{v}}_G - g\mathbf{t} \quad (46)$$

また重心まわりの角運動量が保存される. すなわち式 (41) より,

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}_G) \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_G) \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_G) \dot{\boldsymbol{\theta}} = \bar{\mathbf{L}}_G \quad (47)$$

ただし  $\bar{\mathbf{L}}_G$  は初期重心まわり角運動量である. 式 (46), (47) より

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & -(\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G) \times \\ \mathbf{A}(\mathbf{p}_G) & \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_G) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \\ \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_G) \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_G - g\mathbf{t} \\ \bar{\mathbf{L}}_G \end{bmatrix} \quad (48)$$

これは, 重力下であるという特殊な条件の下での一般化ヤコビ行列 [30] による表現と同じものである<sup>†</sup>.

### II. 1点接地状態

1点  $\mathbf{p}_{F_1}$  のみで接地しているとき,  $\mathbf{p}_{F_1}$  の速度はゼロとなる. すなわち式 (31) より,

$$\dot{\mathbf{p}}_{F_1} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_1}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F_1} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (49)$$

<sup>†</sup>この状態においては, 重心の運動と駆動関節の運動とを関係づける意味での重心ヤコビアンは存在するが, 重心の運動は式 (46) で決定される.

$\mathbf{J}_{F_1}$  は式 (33) より求まる. また次式のように, 点  $\mathbf{p}_{F_1}$  まわりの角運動量が決まる.

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}_{F_1}) \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_{F_1}) \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_{F_1}) \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{L}_{F_1}(t) \quad (50)$$

ただし

$$\mathbf{L}_{F_1}(t) \equiv \bar{\mathbf{L}}_{F_1} + \int_t (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_{F_1}) \times m\mathbf{g} dt \quad (51)$$

$\bar{\mathbf{L}}_{F_1}$  は  $\mathbf{L}(\mathbf{p}_{F_1})$  の初期値である. 式 (49), (50) より,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & -(\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_1}) \times \\ \mathbf{A}(\mathbf{p}_{F_1}) & \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_{F_1}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F_1} \\ \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_{F_1}) \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{L}}_{F_1}(t) \end{bmatrix} \quad (52)$$

### III. 2点 (同一直線上に存在する点群) 接地状態

相異なる2点  $\mathbf{p}_{F_1}$ ,  $\mathbf{p}_{F_2}$  で接地しているとき, これら2点の速度は共にゼロとなる.

$$\dot{\mathbf{p}}_{F_1} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_1}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F_1} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (53)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{F_2} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_2}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F_2} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (54)$$

また  $\mathbf{p}_{F_1}$  と  $\mathbf{p}_{F_2}$  とを結んだ稜線まわりの角運動量が保存される. すなわち稜線方向ベクトル

$$\mathbf{d} \equiv \frac{\mathbf{p}_{F_2} - \mathbf{p}_{F_1}}{\|\mathbf{p}_{F_2} - \mathbf{p}_{F_1}\|} \quad (55)$$

を定義すると, 次式が成り立つ.

$$\mathbf{d}^T \{ \mathbf{A}(\mathbf{p}_{F_1}) \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_{F_1}) \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_{F_1}) \dot{\boldsymbol{\theta}} \} = \mathbf{L}_{F_1}(t) \quad (56)$$

ただし

$$\mathbf{L}_{F_1}(t) \equiv \bar{\mathbf{L}}_{F_1} + \int_t \mathbf{d}^T \{ (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_{F_1}) \times m\mathbf{g} \} dt \quad (57)$$

$\bar{\mathbf{L}}_{F_1}$  は  $\mathbf{d}^T \mathbf{L}(\mathbf{p}_{F_1})$  の初期値である. 式 (53), (54), (56) より,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & -(\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_1}) \times \\ \mathbf{1} & -(\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F_2}) \times \\ \mathbf{d}^T \mathbf{A}(\mathbf{p}_{F_1}) & \mathbf{d}^T \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_{F_1}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0$$

$$= - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F1} \\ \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F2} \\ \mathbf{d}^T \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_{F1}) \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{L}}_{F1}(t) \end{bmatrix} \quad (58)$$

今,  $\mathbf{p}_{F1} \neq \mathbf{p}_{F2}$  なので, 式 (58) は 6 本の独立な式を持つ.

特別な場合として, 2 点が同一リンク  $F$  上にある, 例えば直線状の爪先で立っているような状況を考えよう. このとき,  $\mathbf{d}$  を一つの基底ベクトルとするようなある直交座標系の残り二つの基底ベクトルから成る  $3 \times 2$  行列を  $\mathbf{d}^\perp$  とおくと, その二つの基底ベクトルを方向ベクトルとする直線まわりの接地リンクの回転が生じないので, 次式が成り立つ.

$$\mathbf{d}^{\perp T} \boldsymbol{\omega}_F = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{d}^{\perp T} \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{d}^{\perp T} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\Omega F} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (59)$$

よってこの場合, 式 (58) の代わりに次式を用いてもよい.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & -(\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F1}) \times \\ \mathbf{0} & \mathbf{d}^{\perp T} \mathbf{R}_0 \\ \mathbf{d}^T \mathbf{A}(\mathbf{p}_{F1}) & \mathbf{d}^T \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}_{F1}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F1} \\ \mathbf{d}^{\perp T} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\Omega F} \\ \mathbf{d}^T \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}_{F1}) \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{L}}_{F1} \end{bmatrix} \quad (60)$$

**IV. 3 点 (同一直線上に存在しない点も含む点群) 接地状態**  
相異なる 3 点  $\mathbf{p}_{F1}$ ,  $\mathbf{p}_{F2}$ ,  $\mathbf{p}_{F3}$  で接地しているとき, これら 3 点の速度はすべてゼロとなる.

$$\dot{\mathbf{p}}_{F1} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F1}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F1} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (61)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{F2} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F2}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F2} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (62)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{F3} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{p}}_0 - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F3}) \times \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F3} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (63)$$

ゆえに,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F1}) \times \\ \mathbf{1} - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F2}) \times \\ \mathbf{1} - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_{F3}) \times \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F1} \\ \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F2} \\ \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{F3} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (64)$$

$\mathbf{p}_{F1}$ ,  $\mathbf{p}_{F2}$ ,  $\mathbf{p}_{F3}$  が相異なるので, 式 (64) は 6 本の独立な式を持つ.

特別な場合として, 3 点がすべて同一リンク  $F$  上にある, 例えば足裏で面接地しているような状況を考えよう. このとき, リンク  $F$  の回転が生じないので次式が成り立つ.

$$\boldsymbol{\omega}_F = \mathbf{0} \Leftrightarrow \boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\Omega F} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (65)$$

よってこの場合, 式 (64) の代わりに次式を用いてもよい.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} - (\mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_F) \times \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_F \\ \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\Omega F} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (66)$$

なお, 接地点が 4 点以上存在する場合も, 同一直線上にない任意の 3 点を選ぶことによって同じ式が導かれる. ただし, それら 3 点以外の点群の接地を維持する条件を別の拘束条件として付加的に記述することが必要になる.

さらにこの状態においては, 床面に対しある程度のモーメントを作用させることができるため, 式 (41) を変形し, 関節角

速度を角運動量に写像する行列 (角運動量ヤコビアン) を導出することも可能である. これについては付録 B を参照されたい. 梶田ら [33] も類似の式を導出している.

以上 I~IV において, 無接地状態以外の拘束条件 (52), (58), (60), (64), (66) はすべて,  $\dot{\mathbf{q}}_0$  と  $\dot{\boldsymbol{\theta}}$  を含む 6 本の独立な 1 次方程式から成っている. したがっていずれの場合においても, これを  $\dot{\mathbf{q}}_0$  について解くことで式 (7) の形の式が得られる.

重心ヤコビアンはモデルの質量特性を内包するが, あくまでもある仮定された接地状態における重心と駆動関節との運動学的関係を記述したものであり, 接地状態そのものの力学的整合性を保証するものではないことに注意されたい.

#### 4. 加速度補正法による高精度 ZMP 操作

2.3 節において仮定した質量集中モデルは, 移動を中心とする脚型ロボットの運動において, 多くの場合に良好な近似を与える. しかし実際のロボットにおいては, 質量が全身に分布していることや質量特性パラメータそのもののモデル化誤差による影響, 未知の接触物から受ける外力等が存在するために重心まわりのモーメント  $\dot{\mathbf{L}}(\mathbf{p}_G) = [n_{Gx} \ n_{Gy} \ n_{Gz}]^T$  がしばしば発生する. これが原因となって, Fig. 3 に示すように, 目標重心加速度を正確に与えた場合であっても目標 ZMP  ${}^a\mathbf{p}_Z$  と実際の ZMP  $\mathbf{p}_Z$  との間に誤差が生じる. 運動が大きな加速を伴う即応的なものになると, ZMP に関する制約はより厳しくなり, 精密な操作が求められる. 本章では, 重心まわりのモーメントの影響をオンラインで評価し, 目標重心加速度を補正することによって, 高い ZMP 操作精度を容易に実現する方法を提案する.

重心まわりのモーメントを考慮した運動方程式は次のようになる.

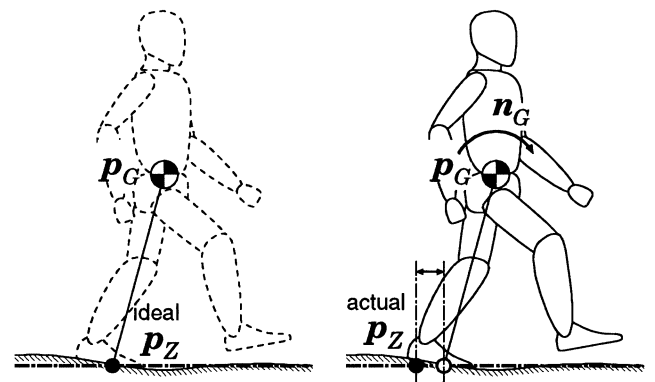
$$\ddot{x}_G = \zeta(x_G - x_Z) + \alpha_x \quad (67)$$

$$\ddot{y}_G = \zeta(y_G - y_Z) + \alpha_y \quad (68)$$

ただし

$$\alpha_x \equiv -\frac{n_{Gy}}{m(z_G - z_Z)} \quad (69)$$

$$\alpha_y \equiv \frac{n_{Gx}}{m(z_G - z_Z)} \quad (70)$$



(a) Ideal mass-concentrated model (b) Actual mass-distributed model

Fig. 3 ZMP offset due to moment around COG

ここで重心まわりの回転運動が並進運動に比べ緩慢で、 $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  は十分短い時間  $\Delta t$  ではほぼ定数と見なせると仮定し、その見積値をそれぞれ  $\tilde{\alpha}_x$ ,  $\tilde{\alpha}_y$  とすると、目標重心加速度の水平方向成分  ${}^d x_G$ ,  ${}^d y_G$  は次式のように計算される。

$${}^d \ddot{x}_G = {}^d \zeta(x_G - {}^d x_Z) + \tilde{\alpha}_x \quad (71)$$

$${}^d \ddot{y}_G = {}^d \zeta(y_G - {}^d y_Z) + \tilde{\alpha}_y \quad (72)$$

各関節の局所フィードバック制御によって、 ${}^d \ddot{\mathbf{p}}_G$  に十分近い  $\ddot{\mathbf{p}}_G$  を発生できるならば、 $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  は式 (67), (68), (71), (72) から次のように求まる。

$$\alpha_x = \tilde{\alpha}_x - \zeta({}^d x_Z - x_Z) \quad (73)$$

$$\alpha_y = \tilde{\alpha}_y - \zeta({}^d y_Z - y_Z) \quad (74)$$

すなわち、目標 ZMP と実 ZMP の差から見積値  $\tilde{\alpha}_x$ ,  $\tilde{\alpha}_y$  をより正解に近い値に更新し、式 (22)~(24) で決めた目標重心加速度に式 (71), (72) によって補正を加えれば、ZMP 操作精度の向上が期待できる。

## 5. 運動制御の例とシミュレーション・実験

小型ヒューマノイドロボット [34] を制御対象とし、提案手法に基づいて両脚支持状態における重心位置制御器を設計した。これを、シミュレーションおよび実験にて検証した。Fig. 4 にロボットの外観、力学モデルおよび主要スペックを示す。

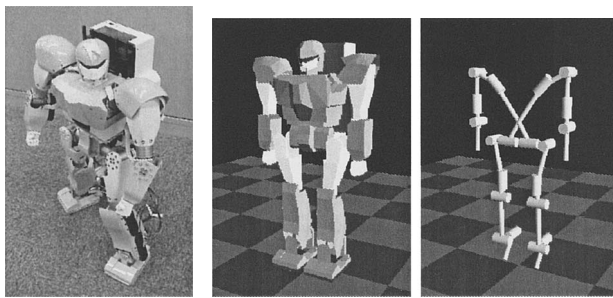
設計した制御器は、水平な床面上に両脚で立った状態を維持しつつロボットの重心を与えられた目標位置  ${}^{ref} \mathbf{p}_G$  に移動させる、次のようなものである。

(i) 次式によって、仮の  ${}^d x_Z$ ,  ${}^d y_Z$ ,  ${}^d f_z$  を決める。

$${}^d x_Z = x_G + P_x(x_G - {}^{ref} x_G) + D_x \dot{x}_G \quad (75)$$

$${}^d y_Z = y_G + P_y(y_G - {}^{ref} y_G) + D_y \dot{y}_G \quad (76)$$

$${}^d f_z = -P_z(z_G - {}^{ref} z_G) - D_z \dot{z}_G + mg \quad (77)$$



(a) External view (b) Geometric and dynamical model

### Specification

Height	58[cm]
Weight	6.5[kg]
Number of actuated joints	20

Fig. 4 A miniature anthropomorphic robot for experiments

ただし  $P_*$ ,  $D_*$  はそれぞれ比例ゲイン、微分ゲインである。これは直感的には、人間が重心を移動させたい方向と逆側の足を踏ん張る操作と類似のものである [21]。

- (ii) 式 (15) を満たすため、 ${}^d f_z$  がある正の値  ${}^{min} f_z$  より小さくなった場合は、これを  ${}^{min} f_z$  で置き換える。
- (iii)  ${}^d \mathbf{p}_Z$  が式 (16) が満たさない場合は、これを  $\mathbf{S}$  上の  ${}^d \mathbf{p}_Z$  の最近傍点を置き換える。
- (iv) 式 (22)~(24) あるいは式 (71), (72) から、目標重心加速度  ${}^d \ddot{\mathbf{p}}_G$  を、次いで式 (26) から  ${}^d \dot{\mathbf{p}}_G$  を得る。
- (v) これとは別に、両脚支持を維持するため右足から見た左足先の目標運動を次式で与える。

$$\mathbf{J}_{RL} {}^d \dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^d \dot{\mathbf{q}}_{RL} = \dot{\mathbf{q}}_{RL} + \int_{\delta t} {}^d \ddot{\mathbf{q}}_{RL} dt \quad (78)$$

$${}^d \ddot{\mathbf{q}}_{RL} \equiv \mathbf{P}_{RL} ({}^{ref} \mathbf{q}_{RL} - \mathbf{q}_{RL}) - \mathbf{D}_{RL} \dot{\mathbf{q}}_{RL} \quad (79)$$

ただし  $\mathbf{q}_{RL}$  は右足から見た左足の位置姿勢情報を含む六次元ベクトル、 ${}^{ref} \mathbf{q}_{RL}$  はその目標値であり、 $\mathbf{P}_{RL}$ ,  $\mathbf{D}_{RL}$  はそれぞれ比例係数行列、微分係数行列である。

- (vi) 式 (27), (78) をまとめ、重み付き一般逆行列を用いて解くことによって目標関節角速度を求める。特にこの条件下では、重心ヤコビアンは次のような簡潔な形で表される。

$$\mathbf{J}_G = \mathbf{R}_0 \{ {}^0 \mathbf{J}_G - {}^0 \mathbf{J}_F + ({}^0 \mathbf{p}_G - {}^0 \mathbf{p}_F) \times {}^0 \mathbf{J}_F \} \quad (80)$$

ただし  $F$  は右足先または左足先リンク番号である。

重心目標位置を最初に左足中心に設定し、距離 5 [mm] 以内にまで近づいたら目標位置を反対の足中心に移す、ということの連続を、逆力学シミュレーションおよび実機にて行った。Fig. 5 はこの動作をアニメーションにて再現した際、および同じ運動を実機で行った際のスナップショットである。制御ゲインはそれぞれ試行錯誤的に  $(P_x, P_y, P_z) = (5, 5, 1000)$ ,  $(D_x, D_y, D_z) = (2.5, 2.5, 1000)$ ,  $\mathbf{P}_{RL} = \text{diag}\{100, 100, 100, 100, 100, 100\}$ ,  $\mathbf{D}_{RL} = \text{diag}\{100, 100, 100, 100, 100, 100\}$  とした。これらは比較的大きな値であり、大きな瞬発力を得られるようになるが、反面、仮の目標 ZMP が頻繁に支持領域外に出てしまい、許容できる ZMP の誤差範囲が小さくなる。まず、目標 ZMP、垂直反力から重心加速度への変換は式 (22)~(24) に従った。シミュレーション上における目標重心位置と実際の重心位置、および目標 ZMP 位置と実際の ZMP 位置の軌跡を Fig. 6 に示す。実線部で示されるように、重心目標位置を切り替えるタイミング (図中では時刻 0.8 秒および 2.0 秒の付近) で、ZMP を重心位置に対していったんアンダーシュートさせ、その後重心を追い越して重心を目標位置に収束させていることが確認される。Fig. 7 (a) は同じグラフの一部を拡大したものである。実際の ZMP は目標 ZMP 位置をよく再現しているが、目標 ZMP が重心から離れるほど両者の差が大きくなることが確認される。これは、重心まわりのモーメントを無視したことによる影響と考えられる。

次に、目標重心加速度を式 (24), (71), (72) から求めた。

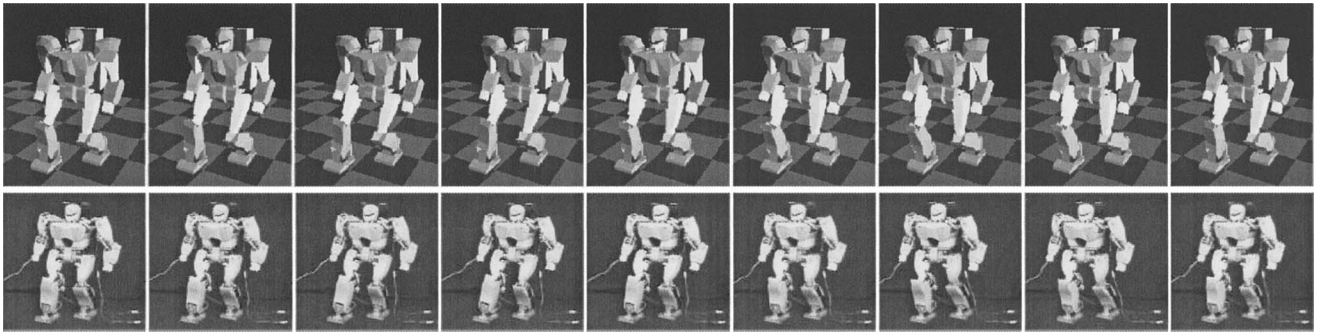


Fig. 5 COG control motion on double-leg-stance (simulation and real experiment)

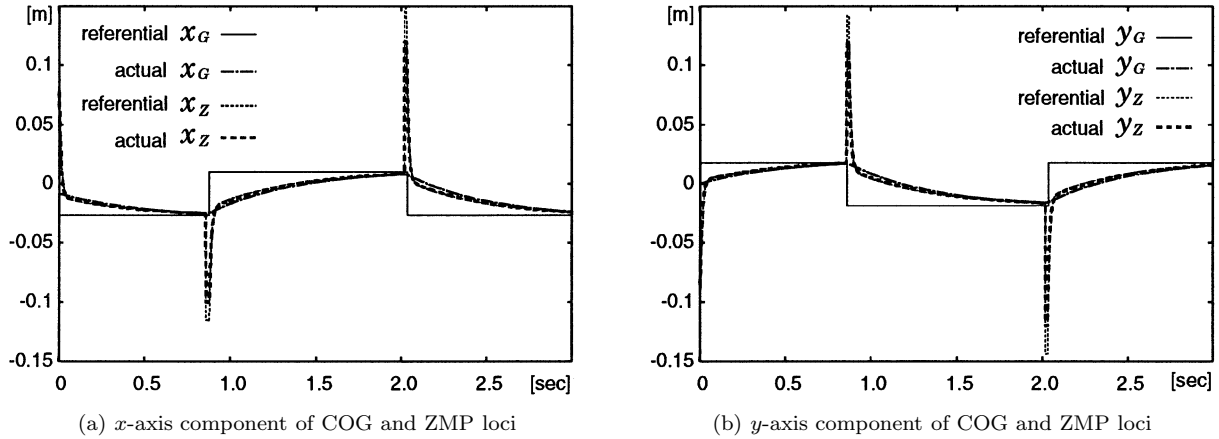


Fig. 6 Loci of referential and actual COG, ZMP

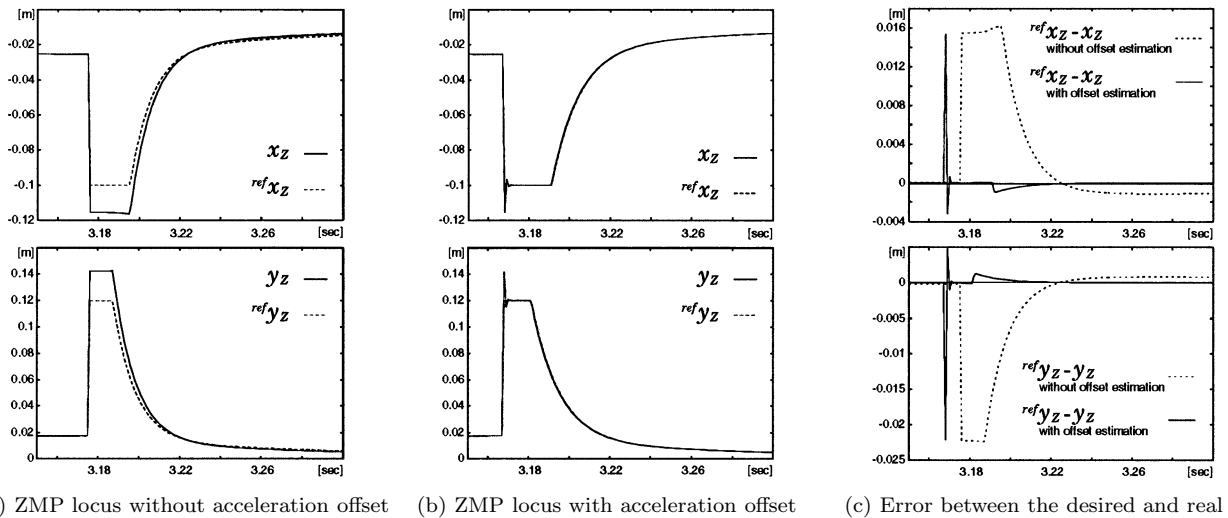


Fig. 7 Loci of the desired and the real ZMP

Fig. 7(b)はそのときのZMPの軌跡であり、またFig. 7(c)は目標ZMPと実ZMPとの差である。前者の場合は、目標ZMPが想定した支持領域の縁にあるときにZMPが領域外に出しまう期間が長い。実際の運動においてはこれが領域縁まわりのモーメントに変化し、転倒の可能性が高くなる。一方後者の場合、立ち上がりの瞬間は誤差が大きい、その後すぐに差が減少しており、より良好な近似となっていることを確認できる。

この例においては両足ともに地面との面接触が維持されるよ

うな状態しか考えておらず、使用した重心ヤコビアンは式(80)で表されるもののみである。このため計算に要した時間は、重心ヤコビアンの計算、両足先間の相対運動に関するヤコビアンの計算、目標ZMPおよび目標重心加速度の計算、重み付き一般化逆行列を用いた連立一次方程式の求解による目標関節角速度の計算までを含め、PC/AT互換機(CPU Celeron 2GHz, RAM 512MB, RTLinux)で1回当たり平均10μ秒未満であった。角運動量保存則に支配される1点接地・2点接地では計算量が



増えることに注意する必要がある。

本節で行った制御は、既知の支持状態におけるロボットの局所的な安定化器として機能することが直感的には期待できるものの、厳密な意味で安定性を保証するものではない。また脚ロボットの運動における大局的な安定性のためには、地形やロボットの足先形状を考慮して足を適切に踏みかえ、支持領域を能動的に変形することが要求される。この支持領域の不連続な変化も含め、どのような反力を作用させるかを決定するのが、安定化問題の本質となる。この問題は本稿の内容を越えるので、これ以上の議論はしない。

## 6. おわりに

脚型ロボットの制御において重要な課題となる反力操作を実現するための、厳密な方法および質量集中モデルに基づく近似的な方法を提案した。近似的な方法は、反力に課せられる力学的制約の直截的な扱いと、計算コスト低減によるリアルタイムでの実装を可能にする。構造可変系である脚型ロボットにおいて、非駆動自由度となるベースリンクの運動を陰に含んだ重心ヤコビアンの変現を、各接地状態に応じて導出し、重心運動を関節の運動に還元する方法を示した。この方法では、接地状態の変化に合わせてモデル構造を変更することなく厳密な重心ヤコビアンを求めることができるので、計算量、計算精度のどちらの観点から見ても有利である。また、近似モデルにおいて無視された重心まわりのモーメントの影響を、ZMPの誤差に基づいてオンラインで評価し、目標重心加速度を補正することで高精度なZMP操作を実現する方法を提案した。これは、ZMPに関する制約がより厳しい大きな加速を伴う運動の制御に、特に効力を発揮すると期待される。

この研究の意義は、本来幾何学的な物理量である重心が、系全体の大局的なダイナミクスを把握し制御器を設計する際のよい指標となることを定量的に裏付け、また重心ヤコビアンによって、これまでに困難とされてきた質量集中モデルと厳密なモデルとの橋渡しを一般的な形で可能にしたという点にある。2脚、4脚等の形態による分類をせず、一般的な脚型ロボットについて示したもので、応用範囲は広いと考える。

謝辞 本研究は科学事業振興事業団戦略的基礎研究推進事業(CREST)領域「脳を創る」および、科学研究費補助金基盤研究(S)(課題番号:15100002)の支援を受けた。

## 参考文献

[1] 中村仁彦, 山根克, 永嶋史朗: “構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.1152-1159, 1998.

[2] 中村仁彦: “非ホロノミック系制御研究の展望”, 計測と制御, vol.36, no.6, pp.384-389, 1997.

[3] 藤本康孝, 河村篤男: “2足ロボットの床反力を考慮した安定化制御と自律的歩行パターン生成システムの提案”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-96-20, pp.103-110, 1996.

[4] M. Vukobratović and J. Stepanenko: “On the Stability of Anthropomorphic Systems,” *Mathematical Biosciences*, vol.15, no.1, pp.1-37, 1972.

[5] 佐野明人, 古荘純次: “角運動量制御による2足歩行ロボットの三次元歩行”, 計測自動制御学会論文集, vol.26, no.4, pp.459-466, 1989.

[6] 空尾謙嗣, 村上俊之, 大西公平: “ZMPと重心制御の融合による2足歩行ロボットの安定歩行”, 電気学会産業計測制御研究会, pp.35-40, 1997.

[7] 小幡智, 河村篤男: “2足歩行ロボットの単脚支持相におけるZMP制御に関する一提案”, 電気学会全国大会講演論文集, p.173, 1998.

[8] 梶田秀司, 横井一仁, 金子健二, 黄強, 神徳徹男, 荒井裕彦, 小谷内範徳, 小森谷清, 西郷宗玄, 谷江和雄: “高精度ZMP制御に基づくヒューマノイドロボットのバランス維持方式(HRP 仮想プラットフォーム基本動作ライブラリ)”, 第17回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1215-1216, 1999.

[9] 野村常寿, 水戸部和久, 山野光裕, 那須康雄: “足首トルク制御による歩行ロボットのZMP操作”, 日本ロボット学会創立20周年記念学術講演会予稿集, 2I16, 2002.

[10] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa and T. Takenaka: “The Development of Honda Humanoid Robot,” *Proceeding of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.1321-1326, 1998.

[11] 長阪憲一郎, 稲葉雅幸, 井上博允: “体幹位置コンプライアンス制御を用いた人間型ロボットの歩行安定化”, 第17回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1193-1194, 1999.

[12] 梶田秀司, 金広文男, 比留川博久: “予見制御理論を応用した2足歩行パターン生成”, 日本ロボット学会創立20周年記念学術講演会予稿集, 1D23, 2002.

[13] ナポレオン, 中浦茂樹, 三平満司: “人間型ロボットにおけるZMP制御問題に関する解析”, 第21回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 3A17, 2003.

[14] M. Vukobratović, A.A. Frank and D. Juričić: “On the Stability of Biped Locomotion,” *IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering*, vol.BME-17, no.1, pp.25-36, 1970.

[15] 玉木達也, 米田完, 太田祐介, 広瀬茂男: “動的安定2足歩容の実時間簡易生成手法”, 第21回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1G2a, 2003.

[16] 伊藤聡, 浅野博紀, 川崎晴久: “床反力中心制御による2足歩行系両脚支持期の重心移動”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.4, pp.535-542, 2004.

[17] 有本卓, 宮崎文夫: “特異摂動法による多自由度二足歩行系の解析”, 計測自動制御学会論文集, vol.15, no.4, pp.84-90, 1989.

[18] 古荘純次, 森塚秀人, 増淵正美: “局所フィードバックの概念を考慮した2足歩行の低次元モデル”, 計測自動制御学会論文集, vol.17, no.5, pp.596-601, 1981.

[19] 南方英明, 堀洋一: “仮想倒立振り子法による三次元2足歩行”, 第13回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.189-190, 1995.

[20] 梶田秀司: “線形倒立振り子モードを規範とする動的2足歩行ロボットの長時間制御”, *Technical Report 171*, 通商産業省工業技術院機械技術研究所, 1996.

[21] 水戸部和久, 矢鳥克知, 那須康雄: “ゼロモーメント点の操作による歩行ロボットの制御”, 日本ロボット学会誌, vol.18, no.3, pp.359-365, 2000.

[22] 竹内裕喜: “2足歩行ロボットのリアルタイム最適制御問題”, 第19回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.831-832, 2001.

[23] 呉松保男, 北村新三, 中井美行: “二足歩行ロボットの軌道計画—倒立振り子とニューラルネットワークの組み合わせ—”, *システム制御情報学会論文集*, vol.2, no.4, pp.118-127, 1989.

[24] 水内郁夫, 稲葉雅幸, 井上博允: “人間型ロボットにおける関節モータ駆動信号を利用する全身行動の実現”, 第15回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.769-770, 1997.

[25] D.E. Whitney: “Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses,” *IEEE Transactions on Man-Machine Systems*, vol.10, no.2, pp.47-53, 1969.

[26] Y. Nakamura: *ADVANCED ROBOTICS: Redundancy and Optimization*. Addison Wesley Publishing Company, 1991.

[27] R. Boulic, R. Mas and D. Thalmann: “Inverse Kinetics for Center of Mass Position Control and Posture Optimization,” *Proceedings of European Workshop on Combined Real and Synthetic Image Processing for Broadcast and video Production*, 1994.

[28] 平野毅, 河村篤男: “適応インピーダンス制御による人間型2足ロ

- ロボットの跳躍動作”, 電気学会産業計測制御研究会資料, pp.137-142, IIC-99-22, 1999.
- [29] 田宮幸春, 稲葉雅幸, 井上博允: “人間型ロボットの片足立脚動作における全身を用いた実時間動バランス補償”, 日本ロボット学会誌, vol.17, no.2, pp.268-274, 1999.
- [30] 梅谷陽二, 吉田和哉: “一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用ロボットマニピュレータの分解速度制御”, 日本ロボット学会誌, vol.7, no.4, pp.327-337, 1989.
- [31] K. Yoshida, D.N. Nenchev and M. Uchiyama: “Moving Base Robotics and Reaction Management Control,” Proceedings of The Seventh International Symposium of Robotics Research, pp.100-109, 1995.
- [32] D.E. Orin and W.W. Schrader: “Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators,” The International Journal of Robotics Research, vol.3, no.4, pp.66-75, 1984.
- [33] 梶田秀司, 金広文男, 金子健二, 藤原清司, 原田研介, 横井一仁, 比留川博久: “分解運動量制御:運動量と角運動量に基づくヒューマノイドロボットの全身運動生成”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.6, pp.772-779, 2004.
- [34] 杉原知道, 中村仁彦: “高機動性獲得に向けた運動制御実験のための小型ヒューマノイドロボットの開発”, 第 21 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 2A24, 2003.

### 付録 A. 外力に課せられる制約条件

ロボットと環境とが  $\mathbf{p}_1 \sim \mathbf{p}_N$  の  $N$  個の点で接触しているとし, 各点  $\mathbf{p}_k$  においてロボットが受ける力およびモーメントをそれぞれ  $\mathbf{f}_k, \mathbf{n}_k$  とすると,  $\mathbf{f}, \mathbf{n}$  は次のように表せる.

$$\mathbf{f} = \sum_{k=1}^N \mathbf{f}_k \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{n} = \sum_{k=1}^N \{(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_C) \times \mathbf{f}_k + \mathbf{n}_k\} \quad (\text{A.2})$$

各  $\mathbf{f}_k, \mathbf{n}_k$  はまず, 次の拘束条件を満たす.

$$\boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{f}_k \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\{\mathbf{p} | (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}) \times \mathbf{f}_k + \mathbf{n}_k \parallel \boldsymbol{\nu}_k\} \cap \mathbf{S}_k \neq \emptyset \quad (\text{A.4})$$

ただし  $\boldsymbol{\nu}_k$  は  $k$  番目接触点における単位法線ベクトル,  $\mathbf{S}_k$  は点  $\mathbf{p}_k$  の含まれる凸領域である. これらは各接触点において, 引つ

張り方向に力を発生できないことを表している. さらに,  $\mathbf{S}_k$  での接触条件は一様 (同一物体と同一面のみで接触している) とし, 接触点において滑りが生じていないならば, 次の条件が成り立つ.

$$\|\mathbf{f}_k - (\boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{f}_k) \boldsymbol{\nu}_k\| \geq \mu_k \boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{f}_k \quad (\text{A.5})$$

$$\mu_k \|\mathbf{n}_k - (\boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{n}_k) \boldsymbol{\nu}_k\| \geq \boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{n}_k \quad (\text{A.6})$$

ただし  $\mu_k$  は  $k$  番目接触点における最大摩擦係数である. あるいは滑りが生じているならば, 次の条件が成り立つ.

$$\|\mathbf{f}_k - (\boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{f}_k) \boldsymbol{\nu}_k\| = \mu'_k \boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{f}_k \quad (\text{A.7})$$

$$\mu'_k \|\mathbf{n}_k - (\boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{n}_k) \boldsymbol{\nu}_k\| = \boldsymbol{\nu}_k^T \mathbf{n}_k \quad (\text{A.8})$$

ただし  $\mu'_k$  は  $k$  番目接触点における動摩擦係数である.

式 (A.3)~(A.8) で表される  $\mathbf{f}_k, \mathbf{n}_k$  の集合を, 式 (A.1), (A.2) に従って合成すれば,  $\mathbf{f}, \mathbf{n}$  の満たすべき制約条件が求まる.

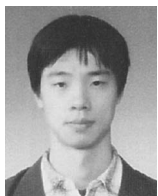
### 付録 B. 角運動量ヤコビアン

同一直線上にない 3 点以上の点で接地しているとき, ロボットは式 (6) を満たす範囲で環境から任意の 6 軸力を受けることができ, 見掛け上, 非駆動自由度はなくなり, ベースリンク一般化速度と関節角速度の関係は, 式 (64) あるいは式 (66) によって表される. したがって式 (41) は, 次のように変形できる.

$$\mathbf{L}(\mathbf{p}) = \left\{ \left[ \mathbf{A}(\mathbf{p}) \quad \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}) \right] \mathbf{Q} + \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}) \right\} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (\text{B.9})$$

ゆえに, 関節角速度を点  $\mathbf{p}$  まわりの角運動量に写像する角運動量ヤコビアン  $\mathbf{J}_{AM}(\mathbf{p})$  は次のように導かれる.

$$\mathbf{J}_{AM}(\mathbf{p}) \equiv \left[ \mathbf{A}(\mathbf{p}) \quad \mathbf{A}_\Omega(\mathbf{p}) \right] \mathbf{Q} + \mathbf{A}_\Theta(\mathbf{p}) \quad (\text{B.10})$$



杉原知道 (Tomomichi Sugihara)

1975 年 4 月 9 日生. 1999 年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 2004 年同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了. 現在, 同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻助手. 博士 (情報理工学). ヒューマノイドロボットの運動学, 力学, 制御, ハードウェア設計, および実世界ロボットと仮想世界エージェントの統合的制御システムアーキテクチャやソフトウェア等の研究に従事. IEEE の会員.

(日本ロボット学会正会員)



中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1954 年 9 月 22 日生. 1982 年京都大学大学院工学研究科精密機械工学専攻博士課程退学, 同年より 1987 年まで同大学助手. 1987 年より 1991 年 3 月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授, 準教授. 同年 4 月より東京大学に勤務. 現在, 同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻教授. 工学博士. ロボットの運動学, 動力学, 制御, および知能の問題, 特に非ホロノミックロボット, 脳型情報処理, ヒューマノイドや CG の運動・力学計算, 外科手術用ロボットなどの研究に従事. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASME などの会員. (日本ロボット学会正会員)