

時間二重外乱吸収法に基づく ヒューマノイドロボットの全身協調運動制御

杉原 知道^{*1} 中村 仁彦^{*1*2}

Dual Term Absorption of Disturbance for the Whole-body Cooperative Motion Control of Humanoid Robot

Tomomichi Sugihara^{*1} and Yoshihiko Nakamura^{*1*2}

A pattern-based approach towards the motion control of humanoid robots, which reduces its difficulty due to the strong nonlinearity, has to be assisted by an online stabilization to absorb disturbances in the real world. This paper proposes a stabilization method for humanoid robots, based on an idea of Dual Term Absorption of Disturbance, which simultaneously absorbs the error in both force pattern and kinematic pattern. These conflicting schemes are solved in accordance with the difference of time span, namely, force condition should be considered in short term, while kinematic condition tolerates to be considered rather in long term. The fact that such force-kinematic condition has to be taken into account arises from the absence of fixed points in the inertia frame. The advantage of proposed is that it allows to choose any combination of joints as modified properties, so that it is applicable for various types of robots and motions.

Key Words: Humanoid Robot, Whole-body Cooperation, Motion Stabilization, Absorption of Disturbance

1. はじめに

ヒューマノイドロボットは人間との形態的類似性から、人間の生活の場に進出可能なロボットとして期待されているが、いまだその要求に見合うほどの高い運動能力を持つには至っていない。基本動作である2足歩行の研究は多くなされてきているものの[1]~[5]、要求されるタスクが単純な移動にとどまらず多様で実用的な作業になると、大自由度非線形系であるヒューマノイドロボットの運動には運動学的にも力学的にも厳しい拘束条件が課され、解決すべき問題が山積している。

ヒューマノイドロボットの制御を単純化できることから、障害物との干渉回避や力学的整合性の維持といった拘束条件を考慮しつつ、要求されたタスクを遂行できるような全身運動の軌道を事前に用意しておき、それをフィードバック制御によって実ロボットに再現させるいわゆるパターンベースなアプローチが現在多くとられている。この方法では、運動パターン計画法[4][6]~[9]に加え、実際のオペレーションにおいて生じるロボットのモデル化誤差、環境の動的な変化、未知障害物との衝突等の外乱を補償し、全身の運動を計画軌道に収束させる安定化

制御器の設計が重要な課題である。梶田ら[10]は、支持脚足首トルクを用いて足首回りの角運動量を直接制御する方法を開発したが、足首のみを用いるため、適用できる動作が単脚支持状態におけるものに限られるという問題があった。Parkら[11]は2脚ロボットのオンライン軌道修正法を提案しているが、矢状(しじょう)面上の運動においてZMP(Zero Moment Point [1])に関する条件のみを考慮するものである。Huangら[12]は、歩行運動における胴体姿勢、ZMP、着地タイミングの三つをおのおの特定の身体部位の運動と結び付け、それらを補正することで調整する方法を提案しているが、これは歩行運動に特化したものであり、一般的な全身運動への適用には不向きである。田宮ら[13]はオートバランスと呼ばれるオンライン安定化機構を開発した。これは適当な入力軌道を、重力によるモーメントと慣性力によるモーメントとが共に一定の範囲に収まるような運動に変換するというものである。しかしその方法が逆に大きな制約となってダイナミックな脚移動の実現を難しくする、また計算量も大きいという問題があった。Hiraiら[14]および長阪[6]の方法は、胴体の運動に能動的なコンプライアンス特性を持たせることで安定化を図るものである。これらは、ロボットの下肢運動の補正のみで実現されている。一方で人間は、全身を巧みに協調させ、状況に応じて様々な方法で外乱を吸収する。ヒューマノイドロボットにおいても、このような柔軟な安定化制御法が求められる。吉野[15]は、各時刻において運動方程式を目標姿勢の近傍で線形近似し、高速な歩行においても線形フィード

原稿受付 2004年11月8日

^{*1}東京大学大学院情報理工学系研究科

^{*2}科学事業振興事業団戦略的基礎研究推進事業

^{*1}University of Tokyo

^{*2}Japan Science and Technology Corporation, CREST Program

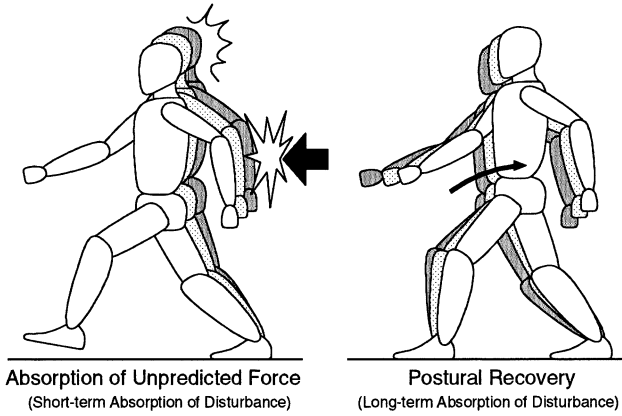
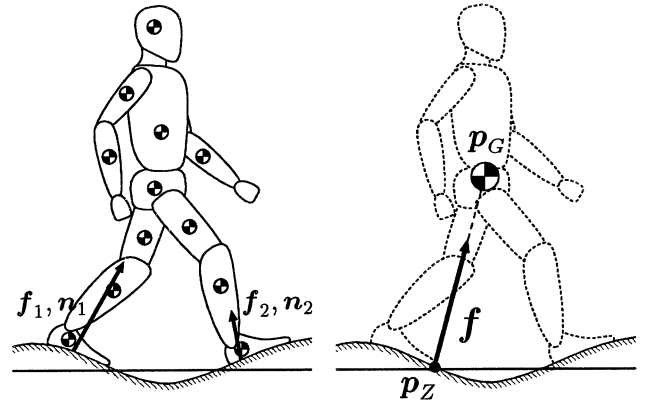


Fig. 1 Two basic schemes for stabilization



(a) Mass distributed model (b) Mass concentrated model

Fig. 2 Mass-distributed and mass-concentrated humanoid model

バックによって計画された関節軌道を高精度に再現する制御方法を提案している。しかしヒューマノイドは、慣性系に対し固定された点を持たない本質的に不安定な系であり、内力（関節トルク）を環境に作用させ、その反作用として受ける外力によって運動するため、安定化のためには、単に幾何学的な意味でのパターンへの取束だけを考えればよいというわけではない。運動パターンは、幾何パターンと力パターンの二つによって記述されなければならない、Fig. 1 に示すように

(I) 接地状態を維持するための力パターンの再現

(II) 計画姿勢からの誤差の補償による幾何パターンの再現という二つの要件を満たすことが求められる。しかし、これらが互いに矛盾する状況は頻繁に起こる。動作に課せられる幾何パターンと力パターンとを各々独立に補正することは不可能であり、前者のためには幾何パターンを、逆に後者のためには力パターンを故意に崩す必要があるからである。換言すればヒューマノイドにおける安定化制御とは、このような矛盾をはらむ幾何パターンと力パターンの相互補正によって、両者の整合性を保つ制御と解釈できる。

本稿では、一般に力パターンを考慮する際の時間的条件が幾何パターンを考慮する際のそれと比較して極めて厳しいことに着目し、上記 (I) を短期的外乱吸収、(II) を長期的外乱吸収と位置づけ、多重な時間の枠組の中でこの矛盾をはらんだ要件を満たしていく時間二重外乱吸収法を提案する。またこの方法に基づいて開発した全身協調運動制御法について述べる。大自由度からなるヒューマノイドの全身運動制御は大きな計算量を必要とすることが多いが、開発した方法は、特に全身運動を代表する点としての重心の運動に着目することで、(i) 比較的小さな計算量での実装、および (ii) 任意の関節配置からなる一般的な大自由度ヒューマノイドロボットへの適用の 2 点を可能にする。また計画軌道からの各部位の運動補正量を任意の重みづけで調整できるという特徴を持つ。

2. 質量集中モデルに基づく安定化戦略の概要

Fig. 2 (a) のようなヒューマノイドロボットの厳密なダイナミクスは、次の運動方程式で表される [16].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{k11} & \mathbf{K}_{k12} \\ \mathbf{K}_{k21} & \mathbf{K}_{k22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_k \\ \mathbf{n}_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし $\ddot{\mathbf{q}}_0$ は慣性系に固定されていない基底リンク（一般に体幹リンク）の並進・回転を含む六次元の加速度であり、 $\boldsymbol{\theta}$ は関節角ベクトル、 \mathbf{H}_{ij} は慣性行列、 \mathbf{b}_i は遠心力、コリオリ力、重力を含む項、 $\boldsymbol{\tau}$ は関節駆動トルク、 N はロボットと環境との接触点の数、 \mathbf{f}_k および \mathbf{n}_k は k 番目接触点において作用する外力およびモーメント、 \mathbf{K}_{kij} は外力を一般化力に変換する行列である。この式から次のようなことが読み取れる。すなわち基底リンクの 6 自由度を直接駆動する一般化力が存在せず、全身運動のためには、内力 $\boldsymbol{\tau}$ を環境との相互作用を通して外力 \mathbf{f}_k および \mathbf{n}_k へと変換しなければならない。しかし \mathbf{H}_{ij} などではそれが大規模で複雑な形をとり、 $\boldsymbol{\tau}$ と \mathbf{f}_k 、 \mathbf{n}_k との関係を直感的に把握するのは困難なうえに、計算量の観点からも障害となる。これらのことから、厳密な運動方程式 (1) をそのまま制御に用いることは不利である。しかし、式 (1) のうち非駆動関節に関する行から並進運動を表す部分を抜き出し、各リンクの局所的な運動ではなく系全体の大局的な運動に着目すると、次のような単純な方程式と等価であることが分かる。

$$\sum_{i=0}^{n-1} m_i (\ddot{\mathbf{p}}_{G,i} + \mathbf{g}) = \sum_{k=1}^N \mathbf{f}_k \Leftrightarrow m(\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g}) = \mathbf{f} \quad (2)$$

ただし n はリンクの数（基底リンクをリンク 0 とする）、 m_i 、 m はそれぞれリンク i およびロボット全体の質量、 $\mathbf{p}_{G,i}$ 、 $\mathbf{p}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$ はそれぞれリンク i およびロボット全体の重心、 \mathbf{g} は重力加速度、 $\mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ は系全体に作用する外力の総和である。したがって何らかの方法で重心加速度を操ることができれば、式 (2) より、間接的に外力を操作できると言える。また同じく式 (1) の非駆動関節に関する行から、今度は回転運動を表す部分を抜き出すと、これは次の式と等価である。

$$\mathbf{n}_G = (\mathbf{p}_Z - \mathbf{p}_G) \times \mathbf{f} + \mathbf{n}_Z \quad (3)$$

ただし \mathbf{n}_G , \mathbf{n}_Z はそれぞれ重心まわりに働く慣性力によるモーメント, および床面上のある点 \mathbf{p}_Z まわりに働く外モーメントである. ここで, \mathbf{n}_G の系全体の運動への寄与が重心の並進運動の影響と比較して十分小さいと仮定し, \mathbf{n}_G を無視する. これは Fig. 2 (b) に示すような重心に全質量が集中したモデル (質量集中モデル) を仮定したのと同じことである. この下で, 重力加速度方向に z 軸を, 水平面内に x , y 軸をそれぞれ互いに直交する方向に定め, $\mathbf{p}_Z = [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$ が ZMP となるようにとると, ZMP の定義より \mathbf{n}_Z の x , y 成分は共にゼロであるので, 式 (2), (3) より次式が成り立つ.

$$\ddot{x}_G = \omega^2(x_G - x_Z) \quad (4)$$

$$\ddot{y}_G = \omega^2(y_G - y_Z) \quad (5)$$

$$\ddot{z}_G = \frac{f_z}{m} - g \quad (6)$$

ただし, ω^2 を次式のように定義した.

$$\omega^2 \equiv \frac{f_z}{m(z_G - z_Z)} \quad (\because f_z \geq 0, z_G > z_Z) \quad (7)$$

ここで z_Z は床面の高さであり, 既知である. また g は重力加速度の絶対値である.

前章で述べた通りヒューマノイドロボットの運動は, 幾何パターンと力パターンとが対になった形で記述され, それらの間に生じた矛盾を相互に解消する必要があるが, 式 (4)~(6) においては幾何パターンが重心 \mathbf{p}_G , 力パターンが ZMP \mathbf{p}_Z と垂直床反力 f_z によってそれぞれ表されている. このように, 質量集中モデルを導入することによって二者の関係が明確になる.

具体的に問題を定式化しよう. ヒューマノイドの全身運動を幾何パターンである関節角ベクトル $\boldsymbol{\theta}$ と重心 \mathbf{p}_G , および力パターンである ZMP \mathbf{p}_Z と垂直床反力 f_z によって記述し, これらの指令値 ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$, ${}^{cmd}\mathbf{p}_G$, ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$, ${}^{cmd}f_z$ が, ロボットが理想的に外乱のない条件下で厳密に ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ に従って運動するならば, 実際の \mathbf{p}_G , \mathbf{p}_Z および f_z がそれぞれ ${}^{cmd}\mathbf{p}_G$, ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$ および ${}^{cmd}f_z$ に矛盾せず完全に一致する形で与えられるとする. すなわち次式が成り立つ.

$${}^{cmd}\ddot{x}_G = {}^{cmd}\omega^2({}^{cmd}x_G - {}^{cmd}x_Z) \quad (8)$$

$${}^{cmd}\ddot{y}_G = {}^{cmd}\omega^2({}^{cmd}y_G - {}^{cmd}y_Z) \quad (9)$$

$${}^{cmd}\ddot{z}_G = \frac{{}^{cmd}f_z}{m} - g \quad (10)$$

ただし, ${}^{cmd}\omega^2$ は次式で定義される.

$${}^{cmd}\omega^2 \equiv \frac{{}^{cmd}f_z}{m({}^{cmd}z_G - {}^{cmd}z_Z)} \quad (11)$$

提案する方法は, 問題を

- (i) 時間二重外乱吸収法による目標重心加速度の計算
- (ii) (i) の目標重心加速度を実現する全関節運動の計算の二段階に分けて考え, 最終的に $\boldsymbol{\theta}$ が指令値 ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ にできるだけ近づくような全身運動を求めるものである.

3. 時間二重外乱吸収法

3.1 力パターン再現—短期的外乱吸収

本章では, 時間二重外乱吸収法と, これに基づいて運動における幾何パターンおよび力パターンの間の整合性を保つための, 重心に与えるべき加速度を決定する方法について述べる.

慣性系に固定された点を持たないという意味で劣駆動系であるヒューマノイドにおいては, 接地状態によって発生できる加速度に制約が生じる. 具体的には, 接触点において引っ張り方向に力を加えることができず, (i) 垂直床反力が非負であり, かつ (ii) ZMP が支持領域内部に存在する, という条件と整合する加速度のみ発生する. したがって外乱による力パターンのずれは, 端的には支持脚足裏の地面からの剥離などを引き起こし, ロボットを転倒に至らせるおそれがある. これを避けるためには, ZMP \mathbf{p}_Z および垂直床反力 f_z それぞれの指令値 ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$ および ${}^{cmd}f_z$ を, あらかじめ制約条件内で十分なマージンを持って計画し, ずれをその近傍にとどめる力パターンの再現が求められる.

力パターンの再現は, 系の運動を加速度レベルで考慮する必要があり, 時間的条件が非常に厳しい. そこでこれを短期的外乱吸収と位置づける.

3.2 幾何パターン再現—長期的外乱吸収

実際のロボットの運動においては, 環境やロボット自体のモデル化誤差等の外乱の影響によって, 重心運動には指令値からのずれが生じる.

$$\mathbf{p}_G = {}^{cmd}\mathbf{p}_G + \Delta\mathbf{p}_G \quad (12)$$

計画された運動を遂行するためには, このずれ $\Delta\mathbf{p}_G = [\Delta x_G \ \Delta y_G \ \Delta z_G]^T$ を補償し幾何パターンを再現するような加速度を系に与えることが必要である. これは, 前節の短期的外乱吸収が望みの力の平衡状態を維持するという意味を持つものに対し, 位置軌道へ収束させるという問題であることから, 多少の時間的経過を容認することができる. したがって, 長期的外乱吸収と位置づけることができる.

なお, 重心運動以外に手先や足先の運動についても幾何パターンとして指令値が与えられることは多く, 時間的な条件が力パターン再現におけるそれと同程度またはそれ以上に厳しいものもある. 例えば, 両脚支持状態のまま手先のある位置へと運ぶ運動を考えよう. 手先は最終的に目標位置へと収束すればよく, その途中の運動において計画軌道から多少ずれることは多くの場合において許容される. しかし両足先は全時刻にわたって接地を維持する目的から, 代数的に表現される拘束条件を力パターン以上に高精度に再現することが求められる. このような要求の厳しい幾何パターンへの対応については 4.2 節で述べる. 計画されたおのおの幾何パターンにどのような時間的条件が課せられているかは, もととの意図した作業内容や環境との干渉状態に依存するため, 軌道のみからそれを自動的に判別することは難しい. 本稿では, それらの条件は全て既知であるとする.

3.3 短期/長期的外乱吸収の両立

これまでに述べた短期的外乱吸収と長期的外乱吸収を両立させるために, 重心に与えるべき加速度の計算方法を具体的に示

す。まず、系に加える仮の外力目標値を、計画された外力パターンを元にして次式のように決める。

$${}^{ref}x_Z = {}^{cmd}x_Z + P_x \Delta x_G + D_x \Delta \dot{x}_G \quad (13)$$

$${}^{ref}y_Z = {}^{cmd}y_Z + P_y \Delta y_G + D_y \Delta \dot{y}_G \quad (14)$$

$${}^{ref}f_z = {}^{cmd}f_z - P_z \Delta z_G - D_z \Delta \dot{z}_G \quad (15)$$

ただし P_* , D_* はそれぞれ、重心位置のずれの * 軸成分を補償するための比例制御ゲイン、微分制御ゲインである (* には x , y または z が入る)。このように計画パターンに変更を加えて決めた外力目標値が、3.1 節に挙げた条件 (i), (ii) を満足しない場合、次のような対策をとる。まず式 (15) によって決めた目標垂直床反力 ${}^{ref}f_z$ がある正の値 ${}^{min}f_z$ を下まわった場合には、 ${}^{min}f_z$ で置き換える。その後 ${}^{ref}f_z$ に対応する ${}^{ref}\omega^2$ を次式で求める。

$${}^{ref}\omega^2 \equiv \frac{{}^{ref}f_z}{m(z_G - z_Z)} \quad (16)$$

これを式 (13), (14) に代入して求めた目標 $ZMP^{ref} \mathbf{p}_Z$ が Fig. 3 に示すように支持領域の外に出てしまった場合には、支持領域内の最近傍点で置き換える。こうして得た ${}^{ref} \mathbf{p}_Z$ および ${}^{ref}f_z$ を、式 (4)~(6) の右辺の \mathbf{p}_Z および f_z に代入すれば、重心に与えるべき目標加速度 ${}^{ref}\ddot{\mathbf{p}}_G$ が求まる。

このような PD 制御で安定化を行った場合、定常的な外乱に対しては偏差が残るが、これをなくす目的で積分制御を導入すると、過積分が生じ大きな揺動を招くおそれがある。また ${}^{ref}f_z$ の ${}^{min}f_z$ への置き換えや ${}^{ref} \mathbf{p}_Z$ の支持領域内最近傍点への置き換えを行った結果、新たな ${}^{ref}f_z$ や ${}^{ref} \mathbf{p}_Z$ によって系を安定化できるかどうかは定かではない。本稿ではモデル誤差を含めそれほど大きな外乱は想定しておらず、これ以上の議論はしないが、大きな外乱に対しても頑健に振る舞えるようにするためには、計画パターンの近傍での補正だけでは不十分であり、足を踏み換えて支持領域を能動的に変形するなどのより高度な処理が必要となると考えられる。

式 (13)~(15) で決めたこれらの外力がそのまま上記 (i), (ii) に整合するものであった場合、重心に与える加速度の目標値は次のようになる。

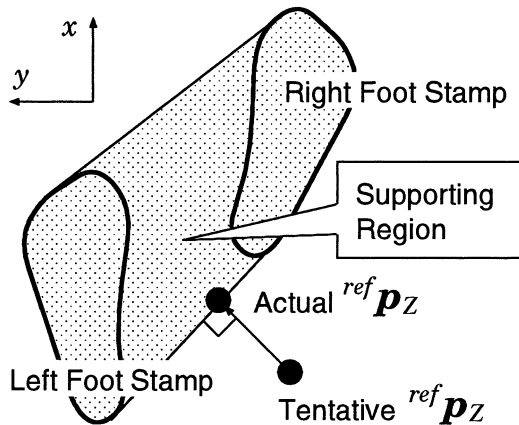


Fig. 3 Feasible area of the referential ZMP

$${}^{ref}\ddot{x}_G = {}^{ref}\omega^2(x_G - {}^{cmd}x_Z - P_x \Delta x_G - D_x \Delta \dot{x}_G) \quad (17)$$

$${}^{ref}\ddot{y}_G = {}^{ref}\omega^2(y_G - {}^{cmd}y_Z - P_y \Delta y_G - D_y \Delta \dot{y}_G) \quad (18)$$

$${}^{ref}\ddot{z}_G = \frac{{}^{cmd}f_z - P_z \Delta z_G - D_z \Delta \dot{z}_G}{m} - g \quad (19)$$

すなわち、

$${}^{ref}\ddot{x}_G = {}^{ref}\omega^2(x_G - {}^{cmd}x_Z) - {}^{ref}\omega^2(P_x \Delta x_G + D_x \Delta \dot{x}_G) \quad (20)$$

$${}^{ref}\ddot{y}_G = {}^{ref}\omega^2(y_G - {}^{cmd}y_Z) - {}^{ref}\omega^2(P_y \Delta y_G + D_y \Delta \dot{y}_G) \quad (21)$$

$${}^{ref}\ddot{z}_G = \left(\frac{{}^{cmd}f_z}{m} - g \right) - \frac{P_z \Delta z_G + D_z \Delta \dot{z}_G}{m}. \quad (22)$$

これらの式より、外力を力パターン指令値の近傍に発生させ、短期的外乱吸収を行っている と解釈できる。さらに、式 (12) より

$$\ddot{\mathbf{p}}_G = {}^{cmd}\ddot{\mathbf{p}}_G + \Delta \ddot{\mathbf{p}}_G \quad (23)$$

なので、理想的に $\ddot{\mathbf{p}}_G = {}^{ref}\ddot{\mathbf{p}}_G$, $\omega = {}^{ref}\omega$ と仮定し式 (8)~(10) を用いて式 (20)~(22) を変形すれば、次式を得る。

$$\Delta \ddot{x}_G + \omega^2 D_x \Delta \dot{x}_G + \omega^2 (P_x - 1) \Delta x_G = 0 \quad (24)$$

$$\Delta \ddot{y}_G + \omega^2 D_y \Delta \dot{y}_G + \omega^2 (P_y - 1) \Delta y_G = 0 \quad (25)$$

$$\Delta \ddot{z}_G + \frac{D_z}{m} \Delta \dot{z}_G + \frac{P_z - 1}{m} \Delta z_G = 0 \quad (26)$$

実際には ω^2 は z 方向の運動によって変動するため考察は簡単ではないが、これが x_G , y_G と比較して変動が十分に緩慢であり定数と見ても構わない、つまり系にとって水平方向の運動が支配的であるような状況を考えれば、 $\Delta \mathbf{p}_G$ は次の条件の下で $\mathbf{0}$ に収束する。

$$P_* > 1, \quad D_* > 0 \quad (\text{for any } * = x, y, z) \quad (27)$$

すなわち長期的外乱吸収が行われると解釈できる。

式 (24)~(26) はいずれも単純な 2 次遅れ系であり、ゲイン設定の指針を比較的立てやすい。式 (24) を例にとって考えてみよう。ただし以下の考察においては、 ω を定数と見なしている。式 (27) の下で、固有角振動数 ω_{nx} および減衰係数 ζ_x は次式のように表される。

$$\omega_{nx} = \sqrt{P_x - 1} \omega, \quad \zeta_x = \frac{\omega D_x}{2\sqrt{P_x - 1}} \quad (28)$$

ゆえに、所望の ω_{nx} および ζ_x から次のように P_x , D_x の組を得ることができる。

$$P_x = \left(\frac{\omega_{nx}}{\omega} \right)^2 + 1, \quad D_x = \frac{2\zeta_x \omega_{nx}}{\omega^2} \quad (29)$$

ζ_x は、姿勢収束時の振動を避けたい場合には 1.0 以上とし、外乱への応答の立ち上がりを滑らかにしたい場合は逆に 1.0 未満の正の数とすればよい。また ω_{nx} は、例えば次のような方法で決められる。式 (29) を式 (13) に代入すると次のようになる。

$$\Delta x_G \omega_{nx}^2 + 2\zeta_x \Delta \dot{x}_G \omega_{nx} - \omega^2 ({}^{ref}x_{zZ} - {}^{cmd}x_{zZ} - \Delta x_G) = 0 \quad (30)$$

今、足の前後幅が $2L$ であるとし、その中心点の真上高さ H の位置に重心を収束させる運動を想定しよう。重心が前方にちょうど $\Delta \bar{x}_G$ ずれて静止したときに、ZMP が爪先に移動して後向き最大加速度を発生するようにしたいならば、式 (30) にこれらの条件を代入することで次式のように ω_{nx} が得られる。

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{g}{H} \left(\frac{L}{\Delta \bar{x}_G} - 1 \right)} \quad (31)$$

4. 全身協調重心操作

4.1 重心ヤコビアン

本章では、全身を協調させて重心に所望の微小変位を与えるための方法について述べる。まず、すでに筆者らが提案している重心ヤコビアン [17] を改めて導出し、これを用いて加速度 ${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G$ を重心に与えるための全身関節の運動を算出する方法を示す。

重心 \mathbf{p}_G は一般的に、支持脚足裏の面接地状態が維持されている下では全関節角 $\boldsymbol{\theta}$ の関数 $\mathbf{p}_G(\boldsymbol{\theta})$ として表せる。したがって、次式を満たすようなヤコビアン \mathbf{J}_G が存在する。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (32)$$

ただし、

$$\mathbf{J}_G \equiv \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (33)$$

この \mathbf{J}_G を重心ヤコビアンと呼ぶ。 \mathbf{J}_G は一般的に複雑な非線形多変数関数であり、平野ら [18]、田宮ら [13] によっても計算方法が提案されている。しかし、前者はロボットを地面に固定された直鎖リンクとしてモデル化しており、脚型ロボットのものとしては単純すぎる、また後者は数値的な擬似勾配を用いるために、計算量が大きく精度も低いという欠点それぞれあった。ここでは、任意の剛体リンク系で表される脚型ロボットモデルにおいて、これを比較的高速に、かつ厳密に求めるための数値的方法を示す。

まず、重心速度 $\dot{\mathbf{p}}_G$ は次のように表せる。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \dot{\mathbf{p}}_0 - \mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \dot{\mathbf{p}}_G \quad (34)$$

ただし \mathbf{p}_0 は慣性系 Σ_w における基底リンクの位置、 \mathbf{R}_0 は Σ_w に対する基底リンクの姿勢を表す 3×3 行列、 $\boldsymbol{\omega}_0$ は Σ_w に対する基底リンクの角速度、 ${}^0\dot{\mathbf{p}}_G$ は全身座標系（基底リンクに固定された座標系） Σ_0 に対する重心の相対速度である。

リンク F が慣性系 Σ_w に対し静止していることが既知である（例えば、右脚が支持脚であるとき、右足先リンクは Σ_w に対し静止している）ならば、 $\boldsymbol{\omega}_0$ 、 $\dot{\mathbf{p}}_0$ はそれぞれ次のように求まる（以降において、リンク F を固定リンクと呼ぶ）。

$$\boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \boldsymbol{\omega}_F \quad (35)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_0 = -\mathbf{R}_0^0 (\mathbf{p}_F \times \boldsymbol{\omega}_F + {}^0\dot{\mathbf{p}}_F) \quad (36)$$

ただし ${}^0\boldsymbol{\omega}_F$ は Σ_0 に対する固定リンクの相対角速度、 ${}^0\mathbf{p}_F$ は

Σ_0 における固定リンクの位置である。また ${}^0\dot{\mathbf{p}}_G$ は次のように表せる。

$${}^0\dot{\mathbf{p}}_G = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i {}^0\mathbf{J}_{G,i} \dot{\boldsymbol{\theta}}}{\sum_{i=0}^{n-1} m_i} \quad (37)$$

ただし ${}^0\mathbf{p}_{G,i}$ は Σ_0 から見たリンク i の重心位置であり、 ${}^0\mathbf{J}_{G,i}$ は次式のように定義される。

$${}^0\mathbf{J}_{G,i} \equiv \frac{\partial {}^0\mathbf{p}_{G,i}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (38)$$

これは Orin ら [19] の方法を用いれば容易に求まる。式 (37) より、 Σ_0 に対する相対的な重心ヤコビアン ${}^0\mathbf{J}_G$ は次式のように定義できる。

$${}^0\mathbf{J}_G \equiv \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i {}^0\mathbf{J}_{G,i}}{\sum_{i=0}^{n-1} m_i} \quad (39)$$

式 (35)~(37) を式 (34) に代入すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_G &= -\mathbf{R}_0^0 (\mathbf{p}_F \times \boldsymbol{\omega}_F + {}^0\dot{\mathbf{p}}_F) + \mathbf{R}_0^0 (\mathbf{p}_G \times \boldsymbol{\omega}_F) + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ &= \mathbf{R}_0^0 \{ \mathbf{J}_G - {}^0\mathbf{J}_F + ({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F) \times {}^0\mathbf{J}_{\omega F} \} \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (40)$$

ただし ${}^0\mathbf{J}_F$ および ${}^0\mathbf{J}_{\omega F}$ は、それぞれ固定リンクの Σ_0 に対する相対的な並進速度ヤコビアンおよび角速度ヤコビアンであり、またここに限り $(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_F) \times$ は、 $\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_F$ との外積と等価な 3×3 行列を表す。

結局、 \mathbf{J}_G は次式から求まる。

$$\mathbf{J}_G = \mathbf{R}_0^0 \{ \mathbf{J}_G - {}^0\mathbf{J}_F + ({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F) \times {}^0\mathbf{J}_{\omega F} \} \quad (41)$$

以上において、ロボットの運動による環境の変形の影響は無視できると仮定していることになるが、多くの状況においてこれは妥当であると考えられる。

4.2 全身動作の決定

重心に加速度 ${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G$ を与え、かつ $\boldsymbol{\theta}$ を指定値 ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ に収束させるような、全関節の目標運動 ${}^{ref}\boldsymbol{\theta}$ を求める方法について述べる。まず、重心ヤコビアンを用いれば、 ${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G$ と ${}^{ref}\boldsymbol{\theta}$ とを次式のような形で関連づけられる。

$${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G = \mathbf{J}_G {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\mathbf{J}}_G {}^{ref}\boldsymbol{\theta} \quad (42)$$

しかし 2 章で述べた通り、式 (1) に基づいてダイナミクスを厳密に考慮することは困難であり、また計算量も増大するため実装の面でも不利である。そこでこれを次式のように 1 階積分し、関節角速度として全身の目標運動を得ることとする。

$${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G \equiv \dot{\mathbf{p}}_G + \int_{\Delta t} {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G dt = \mathbf{J}_G {}^{ref}\boldsymbol{\theta} \quad (43)$$

ただし Δt は制御周期である。これは、十分短い時間 Δt で重心速度が $\dot{\mathbf{p}}_G$ から ${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G$ に滑らかに変化し、その間の加速度が平均加速度 $({}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_G - \dot{\mathbf{p}}_G)/\Delta t$ で比較的精度よく近似できることを期待しているものである。

また式 (43) とは別に、手先や足先の運動等、計画された運動に付加されている拘束条件を次式のように表す。

$${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_C = \mathbf{J}_C {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (44)$$

これが 3.2 節で述べた、幾何パターンのうち時間条件が厳しいものに相当する。拘束条件が代数的に与えられているならば、それを 1 階微分して式 (44) の形にすればよい。このようにすることで、全時刻において速度レベルで計画されたパターンを維持することができる。式 (43), (44) をまとめて

$${}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U = \mathbf{J}_U {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (45)$$

とすると、上記の全身関節速度を求める問題は結局、式 (45) を満たすような関節角速度で、かつそのような速度を加えた結果 $\boldsymbol{\theta}$ が ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ に最も近づくようなものを求めればよい。これは次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\| {}^{cmd}\boldsymbol{\theta}(t + \Delta t) - \left(\boldsymbol{\theta}(t) + \int_{\Delta t} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} dt \right) \right\|_{\mathbf{W}}^2 \rightarrow \min. \\ \text{subject to } \mathbf{J}_U {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U \end{aligned} \quad (46)$$

ただし、 $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_i\}$ は重み行列（正則な正定値行列）である。また任意のベクトル \mathbf{v} に対し、 $\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{W}}^2$ は次式で表される重みつき自乗ノルムを表す。

$$\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{W}}^2 \equiv \mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v} \quad (47)$$

Δt が十分小さければ、問題 (46) は次のように置き換えてもよい。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\| {}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}} - {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} \right\|_{\mathbf{W}}^2 \rightarrow \min. \\ \text{subject to } \mathbf{J}_U {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U \end{aligned} \quad (48)$$

ただし ${}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ を次のように定義した。

$${}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}} \equiv \frac{{}^{cmd}\boldsymbol{\theta}(t + \Delta t) - \boldsymbol{\theta}(t)}{\Delta t} \quad (49)$$

問題 (48) の解は次の方程式を解くことによって求まる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{J}_U^T \\ \mathbf{J}_U & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} {}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}} \\ {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U \end{bmatrix} \quad (50)$$

ただし $\boldsymbol{\lambda}$ は ${}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ の随伴ベクトルである。式 (50) を実際に解けば、次式を得る。

$${}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_U^T (\mathbf{J}_U \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_U^T)^{-1} {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U \quad (51)$$

ただし

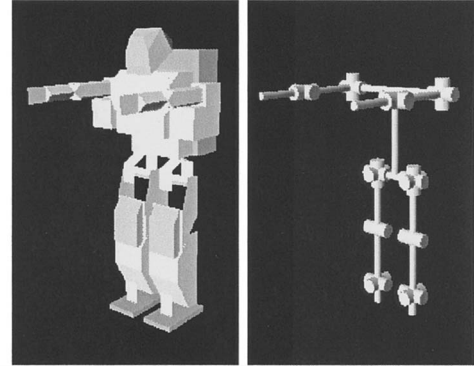
$$\mathbf{v}_U \equiv \mathbf{J}_U {}^{cmd}\dot{\boldsymbol{\theta}} - {}^{ref}\dot{\mathbf{p}}_U. \quad (52)$$

重み行列 \mathbf{W} を適当に設定することで、各関節への安定化への貢献度を振り分けることができる。すなわち i 番目関節角 θ_i について、指令値からあまり大きく外れないようにしたければ w_i を大きく、逆に積極的に動かして安定化に活用したければ w_i を小さくすればよい。このようにして、例えば物体を手で持っている場合に主に下半身で安定化を行ったり、腰の長さ程度の障害物の多い隘路を通りぬける際に主に上半身で安定化を行ったりするなどのことができる。

5. シミュレーション

提案する方法をシミュレーションにて検証した。ヒューマノイドモデルには HOAP-1 (富士通オートメーション製) [20] を想定した。モデルの機構、サイズおよび重量を Fig. 4 に示す。シミュレーション環境の構築には Z-DYNAFORM [21] を用いた。以下の二つの運動において、積分周期 Δt は 0.001 [sec] とし、制御ゲインは $P_x = P_y = 1.3$, $D_x = D_y = 0.08$, $P_z = 32$, $D_z = 200$ とした。これは、 x 軸および y 軸方向の運動に関しては不足制動 ($\zeta_x = \zeta_y \simeq 0.4$) に、 z 軸方向の運動に関しては臨界制動 ($\zeta_z \simeq 1.0$) にそれぞれ相当する。時定数 ($2\pi/\omega_{n*}$) はいずれも 0.3 程度である。また式 (51) における w_i は、それぞれの運動で Table 1 のように決定した。指令値とした軌道の計画方法は付録 A に記す。

Fig. 5 は簡単な例として、両脚立位姿勢を維持する運動について検証した際のスナップショットである。シミュレーション

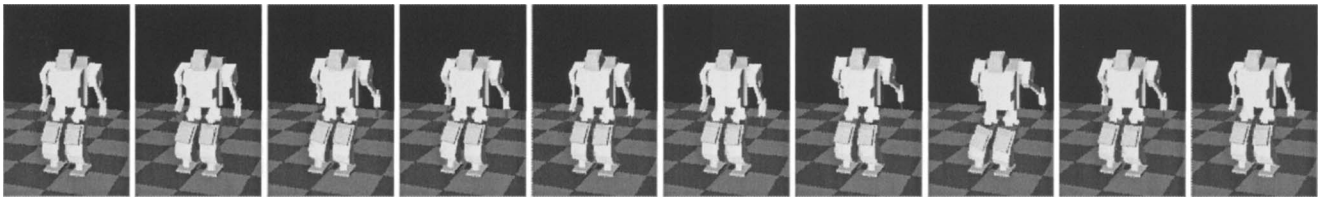


Number of joints:	20 (8 for arms, 12 for legs)	
height:	480 [mm]	
weight:	6.5 [kg]	

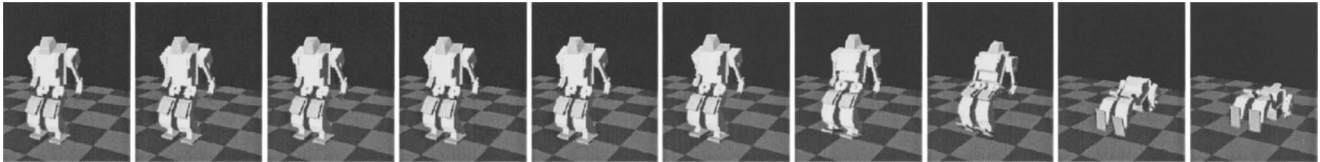
Fig. 4 Kinematic structure, size and mass of the robot

Table 1 Joint weights for the whole-body cooperation

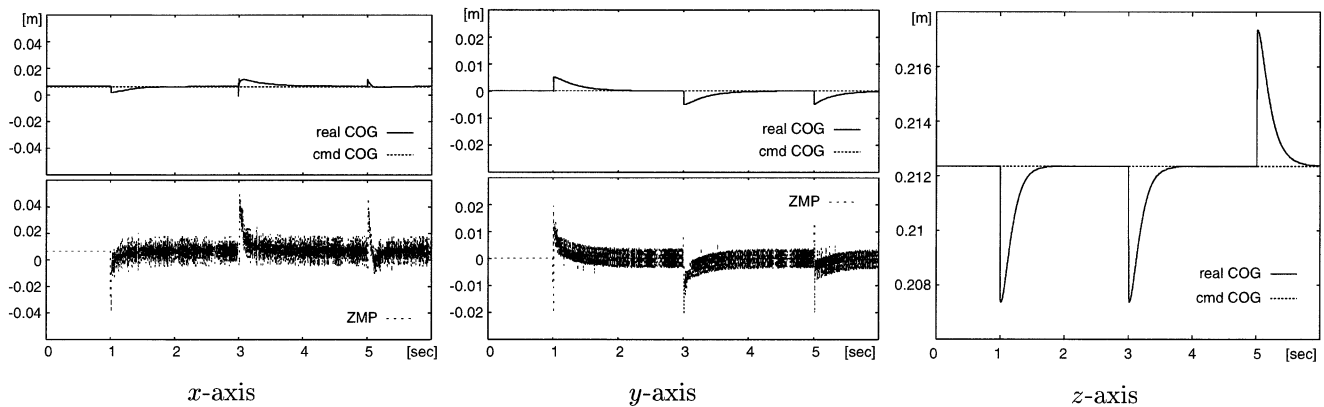
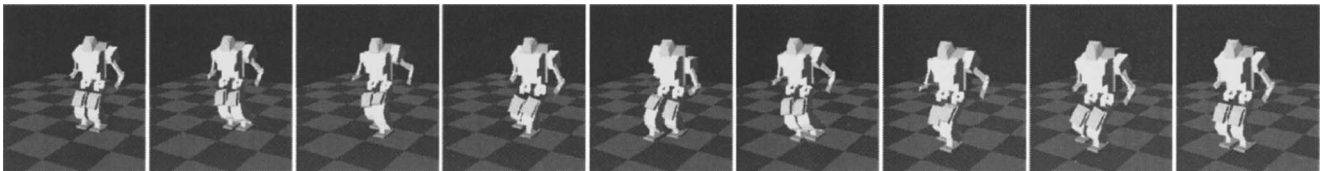
joint name	weight	
	motion Fig.5	motion Fig.7
shoulder extension	0.2	1.0
shoulder abduction	1.0	1.0
shoulder rotation	100.0	100.0
elbow	0.5	5.0
hip extension	5.0	5.0
hip abduction	1.0	1.0
hip rotation	10.0	10.0
knee extension	10.0	10.0
ankle extension	10.0	10.0
ankle abduction	1.0	1.0



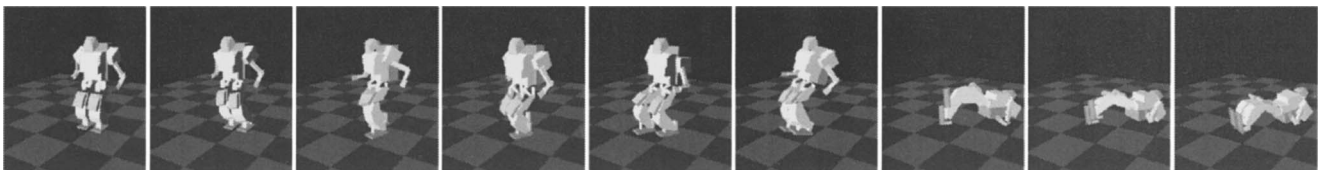
(a) A case of success with stabilization control



(b) A case of failure without stabilization control

Fig. 5 Snapshots of a simulation of stabilization control on standing**Fig. 6** Loci of the COG along x , y , z axes of motion Fig. 5 (a)

(a) A case of success with stabilization control



(b) A case of failure without stabilization control

Fig. 7 Snapshots of a simulation of stabilization control on standing

中の時刻 $t = 1, 3, 5$ [sec] において、擬似的な外乱として乱数的なインパルスロボット胸部に与えた。Fig. 5 (a) は提案する安定化法によって衝撃を吸収している様子、Fig. 5 (b) は安定化なしに計画関節角軌道に追従させたときの様子である。全身の協調によって安定化している様子を分かりやすくするため、腕部を積極的に動かすよう、対応する重みを小さめに設定した。Fig. 6 は Fig. 5 (a) における重心の各軸方向軌跡を図示したも

のである。また Fig. 7 は、同様に乱数的なインパルスを時刻 $t = 1, 2, 3, 4$ [sec] に外乱として与えた条件の下で、直進歩行を行わせたときのスナップショットである。Fig. 7 (a) が安定化によって歩行を持続できた様子、Fig. 7 (b) が安定化を行わなかったために計画関節角軌道に追従したまま転倒する様子である。Fig. 7 (a) における重心の軌跡を Fig. 8 に示す。これらの結果より、衝撃を受けた直後は短期的外乱吸収によって転倒を防ぎ、

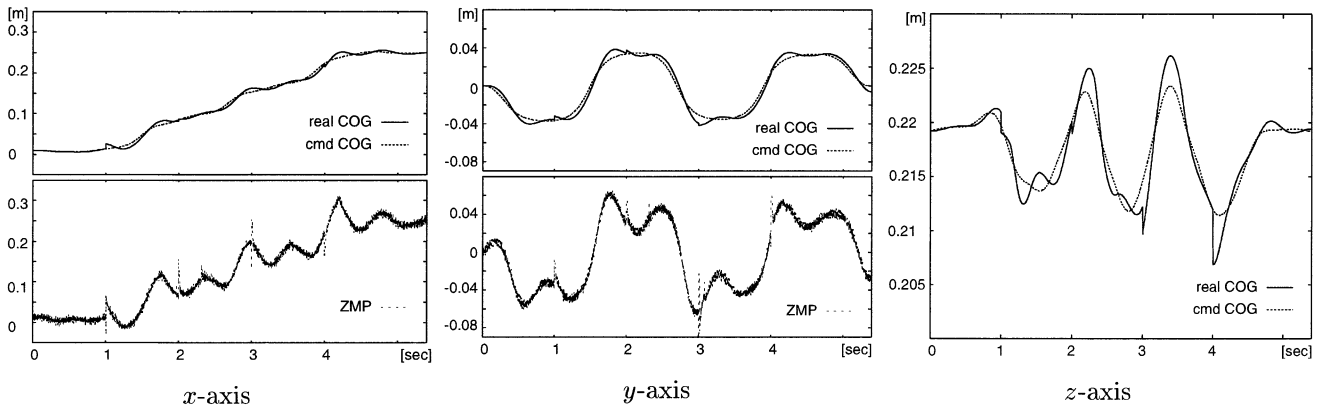


Fig. 8 Loci of the COG along x , y , z axes of motion Fig. 7 (a)

その後長期的外乱吸収によって、重心位置を徐々に指令値へと収束させていることが分かる。提案手法が機能し、全身協調による安定化が実現されていると言える。

上記の両方のシミュレーションにおいて、3.1節で述べたような目標 ZMP、目標垂直床反力の置き換えは起こらなかった。また ZMP の軌跡に見られる細かい振動は、順動力学における外力の計算法として完全非弾性衝突モデルに基づく方法 [16] を用いていることによるものであり、考察の余地があるが、本稿で提案している安定化法にとっては大きな影響はないと考え、ここでは議論しない。

6. おわりに

本稿では、まずパターンベースなヒューマノイドロボットの運動制御における安定化が幾何パターンと力パターンとの間の整合性維持を意味することについて言及し、後者の時間的条件が前者のそれよりも厳しいことに着目して、多重な時間の枠組で安定化を実現する時間二重外乱吸収法を提案した。また質量集中モデルを仮定することによって幾何パターンと力パターンとの関係を明確にし、これに基づいて、時間二重外乱吸収法を実現する重心加速度の計算方法を具体的に示した。さらにその加速度を重心に与える全身運動を、重心ヤコビアンを用いて計算する方法を示した。提案手法の特徴は以下の通りである。

- (1) 剛体リンク系としてモデル化される一般的なヒューマノイドロボットに適用できる。また、遂行すべき運動が安定な接地状態を維持するものであれば、運動の種類を限定しない。
- (2) 適切な重み付けをすることで、各関節の安定化への貢献度（指令値からの補正量の大きさ）を調整することができる。
- (3) 系全体の大局的なダイナミクスをとらえて十分な安定化機能を持たせ、かつ計算量を大きく減じることで、実時間制御に適した方法としている。

謝辞 本研究は、科学事業振興事業団 (JST) 戦略的基礎研究推進事業 (CREST) 領域「脳を創る」の補助を受けた。

参考文献

- [1] M. Vukobratović and J. Stepanenko: "On the Stability of Anthropomorphic Systems," *Mathematical Biosciences*, vol.15, no.1, pp.1-37, 1972.
- [2] F. Miyazaki and S. Arimoto: "A Control Theoretic Study

on Dynamical Biped Locomotion," *Transaction of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol.102, pp.233-239, 1980.

- [3] 佐野明人, 古荘純次: "角運動量制御による 2 足歩行ロボットの 3 次元動歩行", 計測自動制御学会論文集, vol.26, no.4, pp.459-466, 1989.
- [4] 山口仁一, 高西淳夫, 加藤一郎: "上体運動により 3 軸モーメントを補償する 2 足歩行ロボットの開発", *日本ロボット学会誌*, vol.11, no.4, pp.581-586, 1993.
- [5] 梶田秀司: 線形倒立振りモードを規範とする動的 2 足歩行ロボットの長時間制御, Technical Report 171, 通商産業省工業技術院機械技術研究所, 1996.
- [6] 長阪憲一郎: 動力学フィルタによる人間型ロボットの全身運動生成, PhD thesis, 東京大学大学院工学系研究科, 2000.
- [7] 梶田秀司, 松本治, 西郷宗玄: "伸縮脚機構をもつ 2 足歩行ロボット Meltran V の歩行制御", 第 18 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1113-1114, 2000.
- [8] K. Yamane and Y. Nakamura: "Dynamics Filter—Concept and Implementation of On-Line Motion Generator for Human Figures," In *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.688-695, 2000.
- [9] J. Kuffner, K. Nishiwaki, S. Kagami, M. Inaba and H. Inoue: "Motion Planning for Humanoid Robots Under Obstacle and Dynamic Balance Constraints," In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.692-698, 2001.
- [10] 梶田秀司, 横井一仁, 金子健二, 黄強, 神徳徹男, 荒井裕彦, 小谷内範徳, 小森谷清, 西郷宗玄, 谷江和雄: "高精度 ZMP 制御に基づくヒューマノイドロボットのバランス維持方式 (HRP 仮想プラットフォーム基本動作ライブラリ)", 第 17 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1215-1216, 1999.
- [11] J.H. Park and H.C. Cho: "An On-Line Trajectory Modifier for the Base Link of Biped Robots To Enhance Locomotion Stability," In *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.3353-3358, 2000.
- [12] Q. Huang, Y. Nakamura and T. Inamura: "Humanoids Walk with Feedforward Dynamic Pattern and Feedback Sensory Reflection," In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.4220-4225, 2001.
- [13] 田宮幸春, 稲葉雅幸, 井上博允: "人間型ロボットの片足立脚動作における全身を用いた実時間動バランス補償", *日本ロボット学会誌*, vol.17, no.2, pp.268-274, 1999.
- [14] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa and T. Takenaka: "The Development of Honda Humanoid Robot," In *Proceeding of 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp.1321-1326, 1998.
- [15] 吉野龍太郎: "歩行パターン・レギュレータによる高速歩行ロボットの安定化制御", *日本ロボット学会誌*, vol.18, no.8, pp.1122-1132, 2000.

- [16] Y. Fujimoto and A. Kawamura: "Simulation of an Autonomous Biped Walking Robot Including Environmental Force Interaction," IEEE Robotics & Automation Magazine, vol.5, no.2, pp.33-41, 1998.
- [17] T. Sugihara, Y. Nakamura and H. Inoue: "Realtime Humanoid Motion Generation through ZMP Manipulation based on Inverted Pendulum Control," In Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1404-1409, 2002.
- [18] 平野毅, 河村篤男: "適応インピーダンス制御による人間型 2 足ロボットの跳躍動作", 電気学会産業計測制御研究会資料, pp.137-142, IIC-99-22, 1999.
- [19] D.E. Orin and W.W. Schrader: "Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators," The International Journal of Robotics Research, vol.3, no.4, pp.66-75, 1984.
- [20] 村瀬有一, 安川裕介, 境克司, 植木美和: "研究用小型ヒューマノイドの設計", 第 19 回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.789-790, 2001.
- [21] 杉原知道, 西脇光一, 稲葉雅幸, 井上博允: "汎用多リンク系動力学演算ライブラリ「Z-DYNAFORM」の開発", 第 18 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1139-1140, 2000.
- [22] 西脇光一, 北川知伸, 杉原知道, 加賀美聡, 稲葉雅幸, 井上博允: "ZMP 導出の線形・非干渉化・離散化によるヒューマノイドの動力学的安定軌道の高速生成 —感覚行動統合全身型ヒューマノイド H6 での実現—", 第 18 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.721-722, 2000.

付録 A. 重心ヤコビアンを用いた脚運動軌道の計算

ヒューマノイドロボットの運動計画は、環境中の障害物との干渉や自己干渉を避けつつ物体搬送などのタスクを遂行するための幾何学的拘束条件、アクチュエータの出力トルクや ZMP、垂直床反力などに関する力学的拘束条件、その他、見た目の自然さやエネルギー効率性などの条件を同時に満足する多目的最適化問題となる。強非線形系であり、しかも多種多様な運動を行うことが求められるヒューマノイドにおいて、この問題を解析的に解くことは困難である。長阪 [6] はこのような多目的最適化問題を、力学フィルタと呼ばれる要素的な部分最適化問題に分割して、これらの部分問題における変数を各種運動を記述するパラメータから適宜選択して解き、さらにそのような力学フィルタを重ねて適用することによって所望の特性を持った全身運動軌道を設計する統一的方法を提案した。その中で、ZMP フィルタと呼ばれるフィルタの構成法について論じている。これは障害物や階段、手摺りや壁などの環境との接触を考慮した手足先の幾何学的拘束条件を満たす入力軌道を、腰の水平面内並進 2 自由度を変数として、ZMP に関する力学拘束条件も同時に満たすものに変換するというものである。北川ら [22] もこれを参考にし、比較的高速に歩行軌道を計画する方法を提案している。ここでは、これらの方法を元に筆者らが開発した、重心ヤコビアンを用いてより多様な運動表現を可能にする軌道計画法について述べる。

目的とする運動の遂行に当たって、次のような幾何学的拘束条件が課されているとする。

$$\mathbf{p}_C(\boldsymbol{\theta}) = {}^{cmd}\mathbf{p}_C \quad (\text{A.1})$$

具体的には手先や足先の軌道が含まれる。開発した方法は、式 (A.1) を満たし、かつ ZMP の軌跡が計画軌道 ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$ に一致するような全関節角軌道 ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ を求めるものである (ただし ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$

は常に支持領域内にあるよう設計されている必要がある)。

まず何らかの方法で、両足先の運動および初期時刻と終端時刻における関節角が計画軌道と一致するような初期軌道 $\boldsymbol{\theta}_0$ を作成しておく。この段階では幾何学的な拘束条件のみ考慮し、力学的拘束条件を満足する必要はない。すなわち、仮想的に環境から任意の (必ずしも物理的に発生し得ない) 外力を受けることが可能であるとする。この仮定の下、ロボットが式 (A.1) を満足しながら $\boldsymbol{\theta}_0$ の通りに運動したときの重心、ZMP、垂直床反力、重心回りの慣性力によるモーメントをそれぞれ $\mathbf{p}_{G,0}$ 、 $\mathbf{p}_{Z,0}$ 、 $f_{z,0}$ 、 $\mathbf{n}_{G,0}$ とおき、式 (3) に代入したときのモーメントの水平成分に関する式のみを書き下すと、次のようになる。

$$f_{z,0}(x_{G,0} - x_{Z,0}) - m(z_{G,0} - z_{Z,0})\ddot{x}_{G,0} - n_{Gy,0} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$f_{z,0}(y_{G,0} - y_{Z,0}) - m(z_{G,0} - z_{Z,0})\ddot{y}_{G,0} + n_{Gx,0} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$\mathbf{p}_{Z,0}$ および $f_{z,0}$ は逆動力学計算により求まる。このとき、ZMP が支持領域の外側に存在するような現実には起こり得ない状況も、計算の上で生じる可能性がある。

計画される指令値軌道も、式 (A.2)、(A.3) と同様の関係を満たす。

$$\begin{aligned} & {}^{cmd}f_z({}^{cmd}x_G - {}^{cmd}x_Z) \\ & - m({}^{cmd}z_G - {}^{cmd}z_Z){}^{cmd}\ddot{x}_G - {}^{cmd}n_{Gy} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} & {}^{cmd}f_z({}^{cmd}y_G - {}^{cmd}y_Z) \\ & - m({}^{cmd}z_G - {}^{cmd}z_Z){}^{cmd}\ddot{y}_G + {}^{cmd}n_{Gx} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

ここで、重心 z 軸方向の運動はこの計算の前後で変化させないことにする。すなわち次式が成り立つ。

$$z_{G,0} = {}^{cmd}z_G, \quad f_{z,0} = {}^{cmd}f_z \quad (\text{A.6})$$

${}^{cmd}f_z > 0$ はこの段階で満足されているとする。前述の通り ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$ は計画軌道として入力される。また ${}^{cmd}x_G$ 、 ${}^{cmd}y_G$ はこの時点では未知である。 ${}^{cmd}n_{Gx}$ 、 ${}^{cmd}n_{Gy}$ も未知であるが、重心の並進加速度と比較してこれらは計算前後であまり大きく変化しない (つまり $n_{Gx,0} \simeq {}^{cmd}n_{Gx}$ 、 $n_{Gy,0} \simeq {}^{cmd}n_{Gy}$) と仮定すると、式 (A.4)-(A.2) および式 (A.5)-(A.3) より次の 2 式を得る。

$$\Delta{}^{cmd}\ddot{x}_{G,0} - {}^{cmd}\omega^2 \Delta{}^{cmd}x_{G,0} = -{}^{cmd}\omega^2 \Delta{}^{cmd}x_{Z,0} \quad (\text{A.7})$$

$$\Delta{}^{cmd}\ddot{y}_{G,0} - {}^{cmd}\omega^2 \Delta{}^{cmd}y_{G,0} = -{}^{cmd}\omega^2 \Delta{}^{cmd}y_{Z,0} \quad (\text{A.8})$$

ただし、

$$\Delta{}^{cmd}x_{G,0} \equiv {}^{cmd}x_G - x_{G,0} \quad (\text{A.9})$$

$$\Delta{}^{cmd}x_{Z,0} \equiv {}^{cmd}x_Z - x_{Z,0} \quad (\text{A.10})$$

$$\Delta^{cmd} y_{G,0} \equiv {}^{cmd}y_G - y_{G,0} \quad (\text{A.11})$$

$$\Delta^{cmd} y_{Z,0} \equiv {}^{cmd}y_Z - y_{Z,0} \quad (\text{A.12})$$

結局, 式 (A.6)~(A.8) を満たす重心軌道の指令値 ${}^{cmd}\mathbf{p}_G$ を求める問題となる. 式 (A.7), (A.8) を微小時間 Δt で離散化すると, 次式ようになる.

$$\begin{aligned} \Delta^{cmd} x_{G,0,i+1} - (2 + {}^{cmd}\omega^2 \Delta t^2) \Delta^{cmd} x_{G,0,i} + \Delta^{cmd} x_{G,0,i-1} \\ = -{}^{cmd}\omega^2 \Delta^{cmd} x_{Z,0,i} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \Delta^{cmd} y_{G,0,i+1} - (2 + {}^{cmd}\omega^2 \Delta t^2) \Delta^{cmd} y_{G,0,i} + \Delta^{cmd} y_{G,0,i-1} \\ = -{}^{cmd}\omega^2 \Delta^{cmd} y_{Z,0,i} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

ただし $\Delta^{cmd} *_{G,0,i}$ ($*$ = x or y) は, $\Delta^{cmd} *_{G,0,i}$ の離散時刻 i における値を意味する. これは単純な三項方程式であり, 境界条件

$$\Delta^{cmd} x_{G,0,0} = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\Delta^{cmd} x_{G,0,M} = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\Delta^{cmd} y_{G,0,0} = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\Delta^{cmd} y_{G,0,M} = 0 \quad (\text{A.18})$$

(M は終端時刻) と合わせれば解ける. ${}^{cmd}\mathbf{p}_G$ は各時刻において

$${}^{cmd}x_{G,i} = x_{G,0,i} + \Delta^{cmd} x_{G,0,i} \quad (\text{A.19})$$

$${}^{cmd}y_{G,i} = y_{G,0,i} + \Delta^{cmd} y_{G,0,i} \quad (\text{A.20})$$

および式 (A.6) より求まる. ここまでは長阪・北川らの方法と同じである.

${}^{cmd}\mathbf{p}_G$ と, 式 (A.1) における ${}^{cmd}\mathbf{p}_C$ を同時に満たす関節角 ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ は, Newton=Raphson 法によって求めることができる.

$${}^{cmd}\boldsymbol{\theta} \leftarrow {}^{cmd}\boldsymbol{\theta} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_G \\ \mathbf{J}_C \end{bmatrix}^{\#} \begin{bmatrix} {}^{cmd}\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_G \\ {}^{cmd}\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_C \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

ただし $\mathbf{A}^{\#}$ は行列 \mathbf{A} の疑似逆行列を表し, \mathbf{J}_C は次式で定義される.

$$\mathbf{J}_C \equiv \frac{\partial \mathbf{p}_C}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (\text{A.22})$$

さて, このようにして得た ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ を再現したとき, 実際には重心まわりのモーメント \mathbf{n}_G の影響で ZMP 軌跡は ${}^{cmd}\mathbf{p}_Z$ に完全には一致しない. そこでこの ${}^{cmd}\boldsymbol{\theta}$ を改めて $\boldsymbol{\theta}_0$ とし, 誤差が十分小さくなるまで上記の計算を反復する. この方法は全身運動の幾何学的拘束条件式 (A.1) の記述方法に関する制約が少なく, より多様な全身運動の作成を可能にする.

ロボットの運動の力学的整合性を考えたとき, この方法で満足される ZMP に関する条件は一つの必要条件に過ぎず, 関節の可動範囲やトルクリミット等についても別途考慮しなければならないということに注意する必要がある.



杉原知道 (Tomomichi Sugihara)

1975年4月9日生. 1999年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 2004年同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了. 現在, 同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻助手. 博士 (情報理工学). ヒューマノイドロボットの運動学, 力学, 制御, ハードウェア設計, および実世界ロボットと仮想世界エージェントの統合的制御システムアーキテクチャやソフトウェア等の研究に従事. IEEE の会員.

(日本ロボット学会正会員)



中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1954年9月22日生. 1982年京都大学大学院工学研究科精密機械工学専攻博士課程退学, 同年より87年まで同大学助手. 1987年より1991年3月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授, 準教授. 同年4月より東京大学に勤務. 現在, 同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻教授. 工学博士. ロボットの運動学, 動力学, 制御, および知能の問題, 特に非ホロノミックロボット, 脳型情報処理, ヒューマノイドやCGの運動・力学計算, 外科手術用ロボットなどの研究に従事. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASME などの会員. (日本ロボット学会正会員)