

# ZMP-重心モデルと台車型倒立振り子モデルのアナロジーによる ヒューマノイドロボットの高機動化制御

杉原 知道<sup>\*1</sup> 中村 仁彦<sup>\*1\*2</sup>

## High Mobility Control of Humanoid Robots Based on an Analogy of ZMP-COG Model and Carted Inverted Pendulum Model

Tomomichi Sugihara<sup>\*1</sup> and Yoshihiko Nakamura<sup>\*1\*2</sup>

A new control of the whole-body motion of humanoid robots is proposed. An analogy of ZMP-COG model and carted inverted pendulum represents the core dynamics of humanoids as strong nonlinear systems. It clues to the ZMP manipulation with a large number of degrees-of-freedom in the whole-body cooperated, and to the technique of a direct handling of dynamical constraints about the reaction force from the environment. As the result, the robot body is controlled just as if it were a simple inverted pendulum. And, COG Jacobian maps the motion of such an approximate model to the real multibody system. The advantage of proposed typically appears in the robustness against large perturbations, since it is suitable for a realtime implementation with a less computational cost.

**Key Words:** Humanoid Robot, Legged Motion Control, ZMP-COG Model, Carted Inverted Pendulum Model

### 1. はじめに

ヒューマノイドロボットの研究が現在盛んな理由には、その形態が人間に合わせて作られたインフラ内での活動に適しているために、将来的に我々を身近で支援する新たなツールとしての可能性が注目されている [1] ということも確かにある。しかし恐らくそれ以上に強いのは、人並、あるいはそれを超える運動能力を持ち得ると期待であろう。

ヒューマノイドは、慣性系に固定された点を持たず、かつ運動に伴って接地状態が推移しリンク構造が変化する [2]。これらの性質のために強い非線形性を有する系であり、その制御問題には原理的に閉じた解が存在しない。この困難な問題に対して現在多くとられている解は、障害物の回避や力学的整合性の維持といった拘束条件を考慮しつつ、タスクを遂行する運動軌道をあらかじめ用意しておき、それを関節角制御によって実ロボットに再現させるいわゆるパターンベースな方法である [3]~[8]。このアプローチでは、逆動力学解析等を併用し、目標値生成の段階で複雑な問題の大部分を解決する。安定化制御器は基本的にその目標軌道を再現すればよく、機能が貧弱であってもある程度のタスク遂行には問題ない。しかしこの方法が有効なのは、

環境について事前に十分な情報が得られており、外乱が小さい場合にとどまる。予測不可能な要素に富む環境を想定したときにロボットに要求される、物体との衝突や動作指令の急変更等の咄嗟の状況に対応できるような高い機動性は期待し難い。人間においても、加速度レベルまで目標軌道に従うことが運動能力の向上につながるとは考えにくく、高機能的な制御器の働きによって初めて高い機動性が実現されると考えるべきであろう。

Gubina ら [9] は、極配置法を応用した 2 脚モデルのダイナミックな運動制御法を開発したが、モデルが単純過ぎ、実際のロボットへの適用には課題が多かった。宮腰ら [10] は振動パターン生成素子である CPG を用いて、環境と相互作用する身体の適応的な振舞いをシミュレートした。これは人間における低次神経系の機能再構成が目的であり、実用性の議論はしていない。Pratt ら [11] はロボットの内部モデルと環境モデルとを仮想的なばね・ダンパで結合することにより、外乱に対し頑健な歩行制御を実現したが、力学的な制約を考慮しておらず、緩慢な動作のみ検証している。藤本・河村 [12] は、二次計画法によって決定した目標値に従って床反力を直接制御する方法を開発し、シミュレーションでその機能を示したが、提案された床反力制御器は即応的な運動への適用に限界がある。池田ら [13] は、力学的な拘束条件と制御目的に沿う人為的な拘束条件とを脚型ロボットの接地状態によって切り換える可変拘束制御を提案し、矢状面内に拘束された 1 足および 2 足ロボットの走行運動や、4 足ロボットの三次元走行等を実現した。これは厳密な運動方程式を必要とするため、大自由度なロボットの場合に計算コストが

原稿受付 2004 年 11 月 8 日

<sup>\*1</sup> 東京大学大学院情報理工学系研究科

<sup>\*2</sup> 科学事業振興事業団戦略的基礎研究推進事業

<sup>\*1</sup> Univ. of Tokyo

<sup>\*2</sup> Japan Science and Technology Corporation, CREST Program

深刻な問題となる。このように、上記の研究のいずれにおいても、実装上の問題も含め、ロボットのダイナミクスの複雑さが障害となっている。

ところが、複雑に見えるヒューマノイドのダイナミクスも、重心と外力との関係を抽出した比較的単純なモデルによってその本質的特性を表すことができる。すなわち、外力の床面上の作用点重心まわりに発生するモーメントの水平成分がゼロとなる（この点は Zero Moment Point, ZMP [14] と呼ばれる）ことから、重心を先端質量、ZMP を支持点に見立てた台車型倒立振子にたとえられるダイナミクスを有することが分かる。本稿ではこの比喩に基づいた、ZMP 操作によるヒューマノイドの全身運動制御法を提案する。これは次のような効果を持つ。

- (1) ZMP を操作量とすることで、環境との接地状態によって決まる力学的制約条件を直截的に考慮することができる。
  - (2) よく知られる倒立振子の制御と同じ原理によってヒューマノイドのダイナミックな運動を実現できる。
  - (3) 各リンクの局所的なダイナミクスを無視し、系全体の大局的ダイナミクスをとらえることで、計算コストを抑えられる。
- ZMP を操作量と見なして重心制御を行う方法はいくつか提案されている。空尾ら [15] による、ファジィ制御を用いて ZMP を操作し重心を制御する方法は、いわばファジィ制御によって倒立振子を立たせるのと同じ試みであり、解決方法としては不適切である。小幡ら [16] の方法は、立脚状態において ZMP を操作し重心位置を制御するもので、移動動作への拡張はなされていない。竹内 [17] は Receding Horizon 制御を応用し、重心加速度と ZMP を同時に入力量としてリアルタイムに決定する方法を提案しているが、両者の関係が明確でなく、現象を理解し難い。水戸部ら [18] は、無質量脚ロボットモデルの重心を定常的な直進運動に収束させる ZMP 操作量の決定方法を示したが、多リンク系への有効な拡張ははまだ見出せていない。

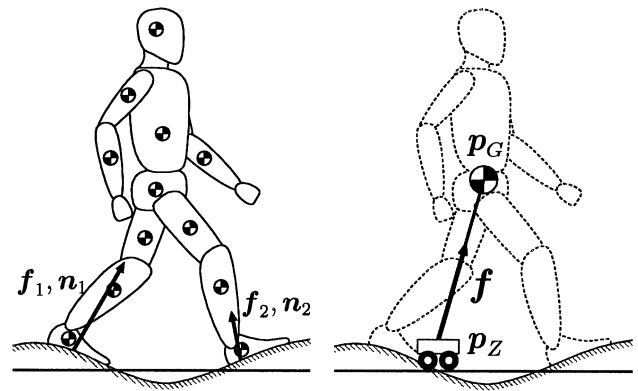
提案する方法は、倒立振子という比喩に基づいて脚運動系の制御戦略を立てるものである。加藤 [19] や有本・宮崎 [20] が述べたように、従来この比喩は制御系設計において定性的な指針を与えるにとどまっていたが、本稿ではある程度定量的にこれを利用する。また、重心ヤコビアン [21] を用いた一般的な多リンク型脚ロボットに適用する方法についても述べる。

## 2. 倒立振子モデル型 ZMP 操作法

Fig. 1 (a) に示すようなヒューマノイドロボットの厳密なダイナミクスは、次の運動方程式で表される [12]。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{k11} & \mathbf{K}_{k12} \\ \mathbf{K}_{k21} & \mathbf{K}_{k22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_k \\ \mathbf{n}_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし  $\ddot{\mathbf{q}}_0$  は慣性系に固定されていない基底リンク（一般に体幹リンク）の並進・回転を含む六次元の加速度であり、 $\boldsymbol{\theta}$  は関節角ベクトル、 $\mathbf{H}_{ij}$  は慣性行列、 $\mathbf{b}_i$  は遠心力、コリオリ力、重力を含む項、 $\boldsymbol{\tau}$  は関節駆動トルク、 $N$  はロボットと環境との接触点の数、 $\mathbf{f}_k$  および  $\mathbf{n}_k$  は  $k$  番目接触点において作用する外力およびモーメント、 $\mathbf{K}_{kij}$  は外力を一般化力に変換する行列で



(a) Precise anthropomorphic model (b) Inverted pendulum metaphorized model

Fig. 1 An inverted pendulum metaphor for biped robot

ある。この式から、基底リンクの 6 自由度を直接駆動する一般化力が存在しないために、全身運動のためには内力  $\boldsymbol{\tau}$  を環境との相互作用を通して外力  $\mathbf{f}_k$  および  $\mathbf{n}_k$  へと変換しなければならないということが読み取れる。しかし  $\mathbf{H}_{ij}$  など自身が大規模で複雑な形をとるため、 $\boldsymbol{\tau}$  と  $\mathbf{f}_k$ ,  $\mathbf{n}_k$  との関係を直感的に把握するのは困難なうえに、計算量の観点からも、高速な計算がリアルタイムに要求される運動制御器の実装において障害となる。これらの理由から、式 (1) をそのまま制御に用いることは不利である。しかし、式 (1) の上段（駆動力が  $\mathbf{0}$  の行）から並進運動に関する部分を抜き出し、各リンクの局所的な運動ではなく系全体の大局的な運動に着目すると、次のような単純な方程式と等価であることが分かる。

$$\sum_{i=0}^{n-1} m_i (\ddot{\mathbf{p}}_{G,i} + \mathbf{g}) = \sum_{k=1}^N \mathbf{f}_k \Leftrightarrow m (\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g}) = \mathbf{f} \quad (2)$$

ただし  $n$  はリンクの数（基底リンクをリンク 0 とする）、 $m_i$ ,  $m$  はそれぞれリンク  $i$  およびロボット全体の質量、 $\mathbf{p}_{G,i}$ ,  $\mathbf{p}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$  はそれぞれリンク  $i$  およびロボット全体の重心、 $\mathbf{g}$  は重力加速度、 $\mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z]^T$  は系全体に作用する外力の総和である。一方、式 (1) の上段のうち回転運動に関する部分は、環境から受ける外力によるモーメントと重心まわりの慣性力によるモーメントとの平衡の式として、次のようにまとめることができる。

$$\mathbf{n}_G = (\mathbf{p}_Z - \mathbf{p}_G) \times \mathbf{f} + \mathbf{n}_Z \quad (3)$$

ただし  $\mathbf{n}_G$  は重心まわりに働く慣性力によるモーメント、 $\mathbf{p}_Z = [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$  は地面上のある点で、 $\mathbf{n}_Z$  は環境から受ける  $\mathbf{p}_Z$  まわりの全外モーメントである。 $\mathbf{p}_Z$  のとり方は一般的には任意だが、今これを、 $\mathbf{n}_Z$  が重力方向と平行になるように選ぶことにする。このような  $\mathbf{p}_Z$  が ZMP である。簡単のために重力加速度方向に  $z$  軸を、水平面内に  $x$ ,  $y$  軸をそれぞれ互いに直交する方向に定めると、ZMP の定義より  $\mathbf{n}_Z$  の  $x$ ,  $y$  成分は共にゼロであり、さらに系全体の運動への  $\mathbf{n}_G$  の寄与が重心の並進運動の影響と比較して十分小さいと仮定すれば、Fig. 1 (b) に

示すような、重心に全質量が集中し ZMP を支持点とする台車型の倒立振子と等価なダイナミクスを有する。また式 (2), (3) の各成分を書き下せば、次式が成り立つ。

$$\ddot{x}_G = \omega^2(x_G - x_Z) \quad (4)$$

$$\ddot{y}_G = \omega^2(y_G - y_Z) \quad (5)$$

$$\ddot{z}_G = \frac{f_z}{m} - g \quad (6)$$

ただし  $z_Z$  は床面の高さ (既知),  $g$  は重力加速度の絶対値であり,  $\omega^2$  は次のように定義した。

$$\omega^2 \equiv \frac{\ddot{z}_G + g}{z_G - z_Z} \geq 0 \quad (7)$$

$$(\because \ddot{z}_G \geq -g, z_G > z_Z)$$

ここで、重力方向の運動を表す式 (6) に基づき、垂直床反力  $f_z$  の仮の目標値  ${}^{ref}f_z$  を次式のような PID 制御によって仮に定める。

$$\begin{aligned} {}^{ref}f_z &= P_z({}^{ref}z_G - z_G) + I_z \int ({}^{ref}z_G - z_G) dt \\ &\quad + D_z({}^{ref}\dot{z}_G - \dot{z}_G) \end{aligned} \quad (8)$$

この  ${}^{ref}f_z$  を式 (6) の  $f_z$  に代入しラプラス変換すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} ms^2 Z_G &= \left( P_z + \frac{I_z}{s} + D_z s \right) ({}^{ref}Z_G - Z_G) - \frac{mg}{s} \\ \Leftrightarrow Z_G &= \frac{D_z s^2 + P_z s + I_z}{ms^3 + D_z s^2 + P_z s + I_z} {}^{ref}Z_G \\ &\quad - \frac{mg}{ms^3 + D_z s^2 + P_z s + I_z} \end{aligned} \quad (9)$$

$P_z, I_z, D_z$  がすべて正かつ  $mI_z - P_z D_z > 0$  ならばこれは安定であり,  ${}^{ref}z_G = const.$  とすると、最終値定理より  $z_G$  が  ${}^{ref}z_G$  に収束することが示される。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_G = \lim_{s \rightarrow 0} s Z_G = {}^{ref}z_G \quad \left( \because {}^{ref}Z_G = \frac{{}^{ref}z_G}{s} \right) \quad (10)$$

この制御によって  $z_G$  が  ${}^{ref}z_G$  に十分速く収束し、水平方向の運動と比較して  $\ddot{z}_G$  が無視できるならば,  $\omega^2$  はほぼ定数と見なせる。このとき式 (4), (5) は、付録 A で導出される倒立振子の運動方程式と一致し、このことから両者の類似性が分かる。

脚型ロボットを車輪型ロボットと同じように移動速度を指令として操縦することを意図し、重心の水平方向の運動については速度  $\mathbf{v}_G = [v_{Gx} \ v_{Gy} \ v_{Gz}]^T$  の  $x, y$  成分に関する目標値  ${}^{ref}v_{Gx}, {}^{ref}v_{Gy}$  を指令値とする。以降では式 (4), (5) の対称性より、 $x$  軸方向の運動についてのみ考える。式 (4) を 1 階微分すると次式を得る。

$$\dot{v}_{Gx} = \omega^2(v_{Gx} - v_{Zx}) \quad (11)$$

ただし  $v_{Zx} \equiv \dot{x}_Z$  とした。式 (11) は、 $v_{Zx}$  を入力とすれば  $v_{Gx}$  を制御できることを意味しており、これは倒立振子支持点の速度と等価な力学的意味を持つので、その操作量決定には倒立振

子制御と同様の方法を適用することが可能である。

倒立振子は PID 制御や最適レギュレータ,  $H_\infty$  制御など様々な方法で制御できることが知られている。ここでは簡単のため PID 制御を採用し、まず仮に  $v_{Zx}$  を次式のように決める。

$$\begin{aligned} v_{Zx} &= P_x({}^{ref}v_{Gx} - v_{Gx}) + I_x \int ({}^{ref}v_{Gx} - v_{Gx}) dt \\ &\quad + D_x({}^{ref}\dot{x}_G - \dot{x}_G) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし  $P_x, I_x, D_x$  はそれぞれ比例・積分・微分ゲインである。式 (11) において、 $\omega^2$  は実際には重力方向の運動によって変化するが、先に示した  ${}^{ref}f_z$  によってこれがほぼ定数と見なせるとし、式 (12) を代入してラプラス変換すると、次式を得る。

$$V_{Gx} = \frac{-\omega^2(D_x s^2 + P_x s + I_x)}{s^3 - \omega^2 D_x s^2 - \omega^2(P_x + 1)s - \omega^2 I_x} {}^{ref}V_{Gx} \quad (13)$$

Hurwitz の安定判別法より  $P_x, I_x, D_x$  がすべて負であり、かつ  $\omega^2 D_x(P_x + 1) + I_x < 0$  を満たすとき安定である。また  ${}^{ref}v_{Gx} = const.$  とすると、最終値定理より  $v_{Gx}$  が  ${}^{ref}v_{Gx}$  に収束することが示される。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_{Gx} = \lim_{s \rightarrow 0} s V_{Gx} = {}^{ref}v_{Gx} \quad \left( \because {}^{ref}V_{Gx} = \frac{{}^{ref}v_{Gx}}{s} \right) \quad (14)$$

$y$  軸方向についても同じように  $v_{Zy} \equiv \dot{y}_Z$  を仮に決める。これを 1 階積分すれば、ZMP の仮の目標位置  ${}^{ref}\mathbf{p}_Z$  が得られる。

$${}^{ref}x_Z = x_Z + \int_{\Delta t} \dot{x}_Z dt \quad (15)$$

$${}^{ref}y_Z = y_Z + \int_{\Delta t} \dot{y}_Z dt \quad (16)$$

ただし  $\Delta t$  は制御周期であり、実際にはこの間  $\dot{x}_Z, \dot{y}_Z$  が定数であると見なしてオイラー積分を用いる。

脚型ロボットは慣性系に固定された点を持たないため、足と地面との各接点において引っ張り方向に力を加えることができない。このことから、(i) 垂直床反力が非負であり、かつ (ii) ZMP が支持領域内部に存在する、という条件を満たす必要がある。そこで、上記の方法によって仮に決めた  ${}^{ref}f_z, {}^{ref}\mathbf{p}_Z$  に対し (i), (ii) が満たされるように、 ${}^{ref}f_z$  がある正の値  ${}^{min}f_z$  を下まわった場合にはこれを  ${}^{min}f_z$  で置き換え、また **Fig. 2** に示すように、 ${}^{ref}\mathbf{p}_Z$  が支持領域の外に出てしまった場合にはこれを支持領域内の最近傍点で置き換えることにする。このような置き換えを行った結果、新たな  ${}^{ref}f_z$  や  ${}^{ref}\mathbf{p}_Z$  によって系を安定化できるかどうかは定かではなく、場合によってはこのままでは転倒につながる。大局的な安定性を保証するためには、地形やロボットの足先形状を考慮して足を適切に踏みかえ、支持領域を能動的に変形しなければならない。さらにその間、誤差の蓄積により積分項が増大し、支持領域が拡大した瞬間に大加速が生じるおそれもある。4 章のシミュレーションではこの問題に対して特別な対策は行っていないが、より実際的には、アンチリセットウィンドアップ機能などの併用が望まれる。本稿

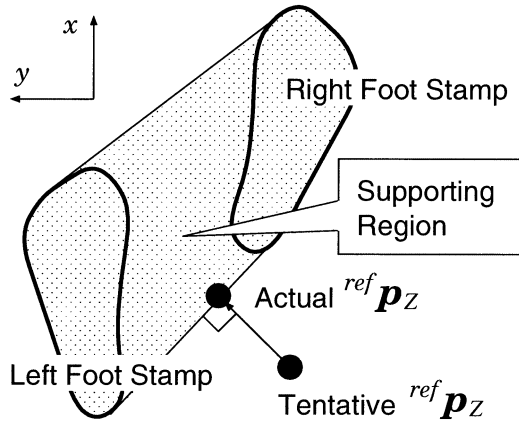


Fig. 2 Feasible area of the referential ZMP

ではこれらの問題についてこれ以上の議論はしない。

実際にはロボットは、水平な床の上だけではなく勾配や凹凸を持った地面、また机・壁などの環境と三次元的に接触しながら運動する。このような状況に対応するために、付録 B で述べる VHP の概念を用いる。

### 3. 全身協調運動による間接的外力操作

#### 3.1 等価重心加速度

前章の冒頭にて述べた通り、ロボットの各関節に働く内力（関節トルク）とその反作用によって環境から受ける外力との厳密な関係は複雑で直感的には理解しづらく、厳密な運動方程式 (1) に基づいて制御系を設計することは難しい。しかし、全リンクの幾何学的な関係から何らかの方法で重心加速度を直接操作ができるならば、式 (2) より、それは間接的に外力を操作しているのと等価であると言える。この等価重心加速度  ${}^{ref}\ddot{\mathbf{p}}_G$  は、前章で述べた方法によって決定した  ${}^{ref}f_z$  および  ${}^{ref}\mathbf{p}_Z = [{}^{ref}x_Z \ {}^{ref}y_Z \ z_Z]^T$  を式 (4)~(6) の  $f_z$  および  $\mathbf{p}_Z$  に代入することで得られる。

$${}^{ref}\ddot{x}_G = {}^{ref}\omega^2(x_G - {}^{ref}x_Z) \quad (17)$$

$${}^{ref}\ddot{y}_G = {}^{ref}\omega^2(y_G - {}^{ref}y_Z) \quad (18)$$

$${}^{ref}\ddot{z}_G = \frac{{}^{ref}f_z}{m} - g \quad (19)$$

ただし  ${}^{ref}\omega^2$  は次のように定義した。

$${}^{ref}\omega^2 \equiv \frac{{}^{ref}\ddot{z}_G + g}{z_G - z_Z} \geq 0$$

次節以降ではこのような考え方に基づき、筆者らの提案する重心ヤコビアン [21] の計算法と、これを用いた全身の協調運動による間接的外力操作方法について述べる。

#### 3.2 重心ヤコビアン

重心  $\mathbf{p}_G$  は一般的に、支持脚足裏の面接地状態が維持されている下では全関節角  $\boldsymbol{\theta}$  の関数  $\mathbf{p}_G(\boldsymbol{\theta})$  として表せる。したがって、次式を満たすようなヤコビアン  $\mathbf{J}_G$  が存在する。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (20)$$

ただし、

$$\mathbf{J}_G \equiv \frac{\partial \mathbf{p}_G}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (21)$$

この  $\mathbf{J}_G$  を重心ヤコビアンと呼ぶ。  $\mathbf{J}_G$  は一般的に、複雑な非線形多変数関数となる。その計算方法は平野ら [22]、田宮ら [23] も示しているが、前者はロボットを床面に固定された直鎖リンクとしてモデル化しており、脚型ロボットのものとしては単純すぎる、また後者は数値的な擬似勾配を用いるために、計算量が大きく精度も低いという欠点それぞれあった。ここでは、任意の剛体リンク系で表される脚型ロボットモデルにおいて、これを比較的高速に、かつ厳密に求めるための数値的方法を示す。まず、重心速度  $\dot{\mathbf{p}}_G$  は次のように表せる。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \dot{\mathbf{p}}_0 - \mathbf{R}_0^0 \mathbf{p}_G \times \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{R}_0^0 \dot{\mathbf{p}}_G \quad (22)$$

ただし  $\mathbf{p}_0$  は  $\Sigma_w$  における基底リンクの位置、  $\mathbf{R}_0$  は  $\Sigma_w$  に対する基底リンクの姿勢を表す  $3 \times 3$  行列、  $\boldsymbol{\omega}_0$  は  $\Sigma_w$  に対する基底リンクの角速度、  ${}^0\dot{\mathbf{p}}_G$  は全身座標系（基底リンクに固定された座標系）  $\Sigma_0$  に対する重心の相対速度である。

リンク  $F$  が慣性系  $\Sigma_w$  に対し静止していることが既知である（例えば、右脚が支持脚であるとき、右足先リンクは  $\Sigma_w$  に対し静止している）ならば、  $\boldsymbol{\omega}_0$ 、  $\dot{\mathbf{p}}_0$  はそれぞれ次のように求まる（以降において、リンク  $F$  を固定リンクと呼ぶ）。

$$\boldsymbol{\omega}_0 = -\mathbf{R}_0^0 \boldsymbol{\omega}_F \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_0 = -\mathbf{R}_0^0 ({}^0\mathbf{p}_F \times \boldsymbol{\omega}_F + {}^0\dot{\mathbf{p}}_F) \quad (24)$$

ただし  ${}^0\boldsymbol{\omega}_F$  は  $\Sigma_0$  に対する固定リンクの相対角速度、  ${}^0\mathbf{p}_F$  は  $\Sigma_0$  における固定リンクの位置である。また  ${}^0\dot{\mathbf{p}}_G$  は次のように表せる。

$${}^0\dot{\mathbf{p}}_G = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i {}^0\mathbf{J}_{G,i} \dot{\boldsymbol{\theta}}}{\sum_{i=0}^{n-1} m_i} \quad (25)$$

ただし  ${}^0\mathbf{p}_{G,i}$  は  $\Sigma_0$  から見たリンク  $i$  の重心位置であり、  ${}^0\mathbf{J}_{G,i}$  は次式のように定義される。

$${}^0\mathbf{J}_{G,i} \equiv \frac{\partial {}^0\mathbf{p}_{G,i}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (26)$$

これは Orin ら [24] の方法を用いれば容易に求まる。式 (25) より、  $\Sigma_0$  に対する相対的な重心ヤコビアン  ${}^0\mathbf{J}_G$  は次式のように定義できる。

$${}^0\mathbf{J}_G \equiv \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i {}^0\mathbf{J}_{G,i}}{\sum_{i=0}^{n-1} m_i} \quad (27)$$

式 (23)~(25) を式 (22) に代入すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_G &= -\mathbf{R}_0^0 ({}^0\mathbf{p}_F \times \boldsymbol{\omega}_F + {}^0\dot{\mathbf{p}}_F) + \mathbf{R}_0^0 (\mathbf{p}_G \times \boldsymbol{\omega}_F) + \mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ &= \mathbf{R}_0^0 \{ \mathbf{J}_G - {}^0\mathbf{J}_F + ({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F) \times {}^0\mathbf{J}_{\omega F} \} \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (28)$$

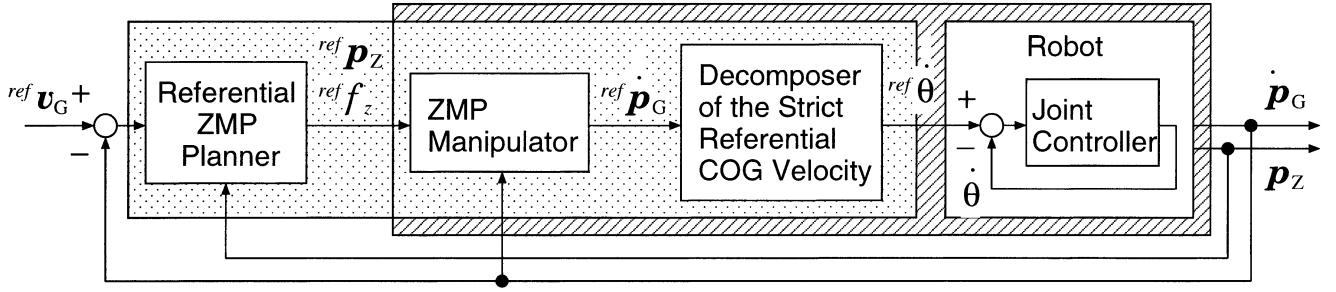


Fig. 3 Block diagram of the motion controller

ただし ${}^0 \mathbf{J}_F$ および ${}^0 \mathbf{J}_{\omega F}$ は、それぞれ固定リンクの $\Sigma_0$ に対する相対的な並進速度ヤコビアンおよび角速度ヤコビアンであり、またここに限り $(\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_F) \times$ は、 $\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_F$ との外積と等価な $3 \times 3$ 行列を表す。

結局、 $\mathbf{J}_G$ は次式から求まる。

$$\mathbf{J}_G = \mathbf{R}_0 \{ {}^0 \mathbf{J}_G - {}^0 \mathbf{J}_F + ({}^0 \mathbf{p}_G - {}^0 \mathbf{p}_F) \times {}^0 \mathbf{J}_{\omega F} \} \quad (29)$$

以上において、ロボットの運動による環境の変形の影響は無視できると仮定していることになるが、多くの状況においてこれは妥当であると考えられる。

### 3.3 全身運動の生成

ここでは重心に加速度 ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ を与える全関節の目標運動を求める方法について述べる。アクチュエータにより瞬間的に正確に所望の加速度を与えることは実用上困難であるため、あらかじめ ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ を1階積分し、速度の目標値 ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ とする。

$${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G \equiv \dot{\mathbf{p}}_G + \int_{\Delta t} {}^{ref} \ddot{\mathbf{p}}_G dt \quad (30)$$

ただし実際には、この間 ${}^{ref} \ddot{\mathbf{p}}_G$ が定数であると見なしてオイラー積分を用いる。これは、十分短い時間 $\Delta t$ で重心速度が $\dot{\mathbf{p}}_G$ から ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ に滑らかに変化し、その間の加速度が平均加速度 $({}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G - \dot{\mathbf{p}}_G) / \Delta t$ で比較的精度よく近似できることを期待しているものである。 ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ は次式のように、重心ヤコビアンを用いて ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ と関連づけられる。

$$\mathbf{J}_G {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G \quad (31)$$

またヒューマノイドによるタスク遂行においては、重心だけでなく手足等の運動に課される拘束条件を同時に考慮しなければならない。それらを次式で表す。

$${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_C = \mathbf{J}_C {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (32)$$

式(31)、(32)をまとめて次式のように表す。

$${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_U = \mathbf{J}_U {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (33)$$

結局、式(33)を満たすような関節角速度 ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ を求めればよい。大自由度系であるヒューマノイドロボットにおいてはこのような ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ が一意に定まるとは限らない。ここでは式(33)を満たす ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ のうち重み付き二乗ノルムが最小となるものを求めることにする。これは次のように定式化できる。

$$\frac{1}{2} \| {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} \|_{\mathbf{W}}^2 \rightarrow \min. \quad \text{subject to } \mathbf{J}_U {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_U \quad (34)$$

ただし、 $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_i\}$ は重み行列である。また任意のベクトル $\mathbf{v}$ に対し、 $\| \mathbf{v} \|_{\mathbf{W}}^2$ は次のような重み付き二乗ノルムを表す。

$$\| \mathbf{v} \|_{\mathbf{W}}^2 \equiv \mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v} \quad (35)$$

問題(34)の解は次の方程式を解くことによって求まる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{J}_U^T \\ \mathbf{J}_U & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ {}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_U \end{bmatrix} \quad (36)$$

ただし $\boldsymbol{\lambda}$ は ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ の随伴ベクトルである。式(36)を実際に解けば、次式を得る。

$${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_U^T (\mathbf{J}_U \mathbf{W}^{-1} \mathbf{J}_U^T)^{-1} {}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_U \quad (37)$$

重み行列 $\mathbf{W}$ を適当に設定することで、各関節の重心加速度への寄与分を調整することができる。

### 3.4 制御系の構成

以上の方法を用いて設計される制御系はFig. 3のブロック線図に示されるように、次の四つのサブシステムから成る。

1. **目標ZMP決定器**: 力学的拘束条件を考慮しつつ、倒立振子制御と同様の方法に基いて操作量としての目標ZMP ${}^{ref} \mathbf{p}_Z$ および目標垂直床反力 ${}^{ref} f_z$ を決定する。
2. **ZMP操作器**: 目標ZMP ${}^{ref} \mathbf{p}_Z$ および目標垂直床反力 ${}^{ref} f_z$ と等価な重心加速度 ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$  (実際にはその積分値である ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ )を算出する。
3. **速度分解器**: 重心に所望の ${}^{ref} \dot{\mathbf{p}}_G$ を与え、かつタスク遂行のための拘束条件を満たすような関節角速度の目標値 ${}^{ref} \dot{\boldsymbol{\theta}}$ を算出する。
4. **関節角速度制御器**: 関節ごとに局所フィードバック系を組み、角速度制御を行う。

斜線でハッチングされているZMP操作器、速度分解器、関節角速度制御器とロボットを含む部分が、目標ZMP決定器によって制御される倒立振子と等価なダイナミクスを有する。また実際の制御器は、点でハッチングを施された部分により構成される。

## 4. シミュレーション

提案した制御法を検証するため、いくつかの運動制御をシミュレーション上で行った。想定したロボット[25]のモデルの外観、関節配置、サイズおよび重量をFig. 4に示す。

本章で行ったすべてのシミュレーションにおいて、制御周期  $\Delta t$  は 0.001 [sec] とし、問題 (34) における重み  $w_i$  はすべて 1.0 とした。また、重心制御の他に式 (32) に相当する次の拘束条件を加えた。

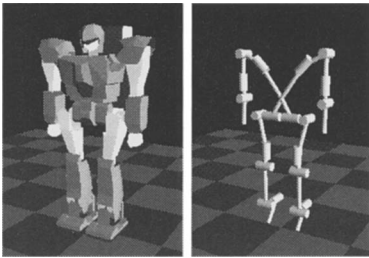
$$\mathbf{J}_{arm} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \quad (38)$$

$$\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\omega L} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \quad (39)$$

$$\mathbf{R}_0^0 \mathbf{J}_{\omega R} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \quad (40)$$

$$\mathbf{J}_{R \rightarrow L} {}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \dot{\mathbf{p}}_{R \rightarrow L} + \int_{\Delta t} \mathbf{a}_{R \rightarrow L} dt \quad (41)$$

ただし  $\mathbf{J}_{arm}$  は  ${}^{ref}\dot{\boldsymbol{\theta}}$  から腕関節角を抜き出す  $8 \times 20$  行列、 ${}^0 \mathbf{J}_{\omega L}$ 、 ${}^0 \mathbf{J}_{\omega R}$  はそれぞれ体幹から見た右足先リンク・左足先リンクの角速度ヤコビアン、 $\mathbf{J}_{R \rightarrow L}$  は右足から見た左足先の相対並進速度ヤコビアンであり、 $\mathbf{a}_{R \rightarrow L}$  は次式によって決定した。



Number of Joints: 20  
(8 for arms)  
(12 for legs)  
height: 58 [cm]  
weight: 6.5 [kg]

Fig. 4 Kinematic structure, size and mass of the robot

Table 1 PID gains for COG/feet position control

COG	$P_x = 40$ $P_y = 40$ $P_z = 6000$	$I_x = 10$ $I_y = 10$ $I_z = 5000$	$D_x = 60$ $D_y = 60$ $D_z = 10000$
the left foot pos. with respect to the right foot pos.	$P_{R \rightarrow Lx} = 10$ $P_{R \rightarrow Ly} = 10$ $P_{R \rightarrow Lz} = 10$	— — —	$D_{R \rightarrow Lx} = 10$ $D_{R \rightarrow Ly} = 10$ $D_{R \rightarrow Lz} = 10$

$$\mathbf{a}_{R \rightarrow L} = P_{R \rightarrow L} ({}^{ref}\mathbf{p}_{R \rightarrow L} - \mathbf{p}_{R \rightarrow L}) - D_{R \rightarrow L} \dot{\mathbf{p}}_{R \rightarrow L} \quad (42)$$

ただし  $\mathbf{p}_{R \rightarrow L}$  は右足先から見た左足先位置、 ${}^{ref}\mathbf{p}_{R \rightarrow L}$  はその目標値、 $P_{R \rightarrow L}$ 、 $D_{R \rightarrow L}$  はそれぞれ比例・微分ゲインである。式 (38) は腕の初期姿勢を維持すること、式 (39)、(40) は体幹から見たおのおのの足先の初期姿勢を維持すること、式 (41) は右足先から見た左足先位置を目標値に収束させることをそれぞれ意味する。実際に用いた制御ゲインを Table 1 に示す。

まず、両足での接地を維持しながら、おのおのの足の上に重心を移動させる運動を行った。ロボットの前方向、左方をそれぞれ  $x$ 、 $y$  軸の正方向とし、右足先・左足先の初期位置はそれぞれ  $[0.07 \ -0.07 \ 0]^T$ 、 $[-0.07 \ 0.07 \ 0]^T$  とした。重心の水平方向目標位置は適当なタイミングでおのおのの足の真上に交互に切り替えた。また、重心の高さについては目標値を与えず、制御は行わなかった。このときのスナップショットを Fig. 5 に、重心と目標 ZMP および実 ZMP の軌跡を Fig. 6 にそれぞれ示す。水平方向の運動については、重心を加速する方向と逆側に ZMP が回りこむ、いわゆるアンダーシュートが起こっており、倒立振りと同じ原理で制御されている様子が確認できる。鉛直方向の運動については陽に制御を行っていないため、時間の経過と共に重心高さ変動幅が増大する傾向が見られるが、不自然な拘束を受けず見た目に滑らかな動きが生成された。

次に、重心位置をまず右足真上に収束させ、それに伴い ZMP と右足先との距離が 0.04 以下になった時点で左足先に鉛直上向きに初速度 0.04 [m/sec] を与えた。その結果、左足が PD 制御によって元の位置に引き戻される過程で Fig. 7 に示すような片足昇降運動を行わせることができた。このときの重心と目標 ZMP および実 ZMP の軌跡を Fig. 8 に示す。左足を持ち上げる際に ZMP の揺動が生じたが、支持領域内で収束し、転倒することなく運動を継続できた。また、同じ運動を行わせ、左足を上げた際に左向きに衝撃 (2 [N·sec] 程度の力積、0.15 [sec] 間) を与えた。衝撃力を受けた瞬間に左足の左右方向の制御をやめ

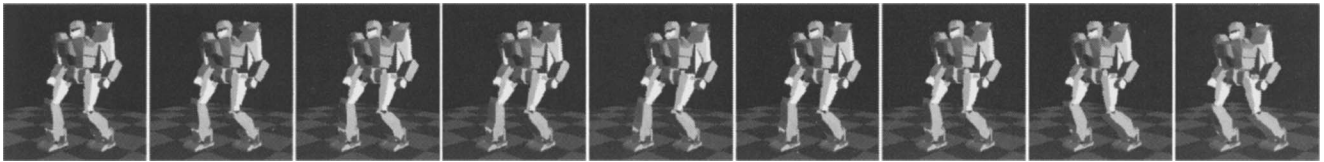


Fig. 5 A horizontal COG transportation motion

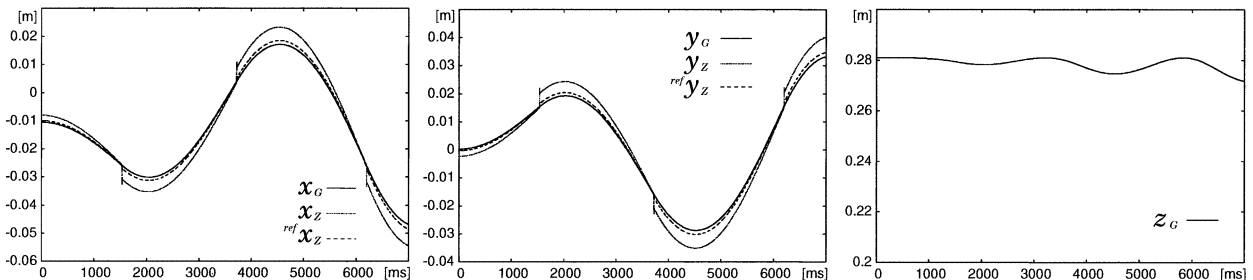


Fig. 6 Loci of COG and the referential/actual ZMP of the motion Fig. 5

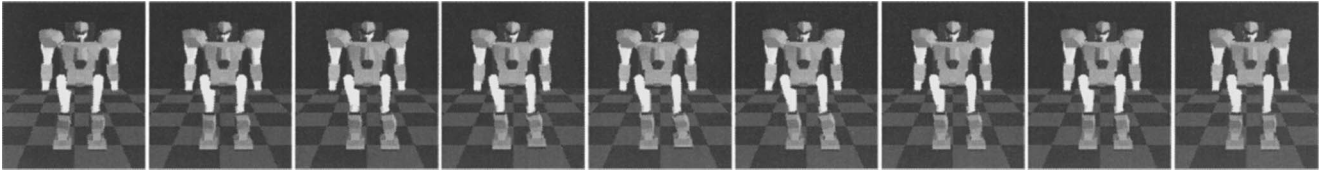


Fig. 7 One-foot stepping motion

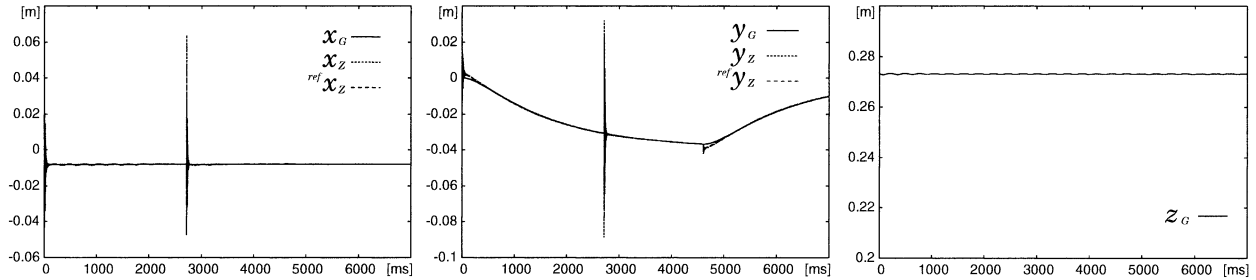


Fig. 8 Loci of COG and the referential/actual ZMP of the motion Fig. 7

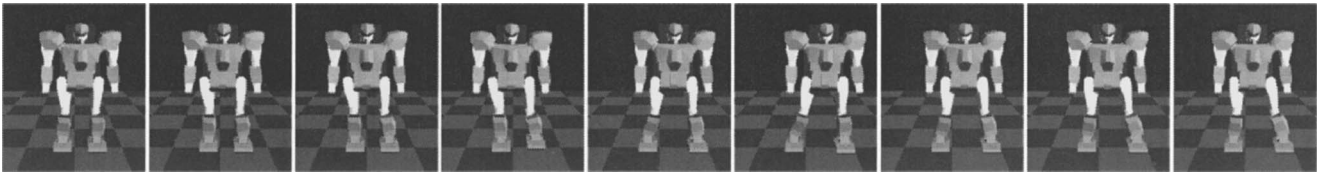


Fig. 9 A responsive motion against an impulsive perturbation during one-foot stepping

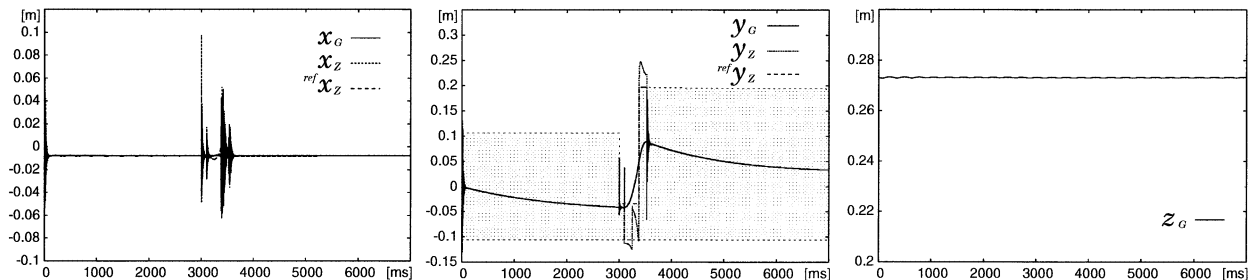


Fig. 10 Loci of COG and the referential/actual ZMP of the motion Fig. 9

ることで、衝撃を緩和する方向に自然に足を踏み出すような運動が生成された。このときのスナップショットを Fig. 9 に、重心と目標 ZMP および実 ZMP の軌跡を Fig. 10 にそれぞれ示す。左足を着くと同時に ZMP が大きく移動し、重心を目標位置に復帰させている様子が観察される。y 軸方向の運動に関するグラフにおいて、点でハッチングした部分が設定支持領域に相当する。目標 ZMP はこの領域内で飽和しているにもかかわらず、実 ZMP は若干外部に出ている。これは式 (4), (5) において無視した重心まわりに働くモーメントの影響によってオフセットが生じるためと考えられる。支持領域は実際の接地多角形よりも狭く設定してあるため転倒は免れたが、どの程度の誤差を許容できるのか、その考察は今後の課題である。

ZMP の乗っていない側の足に鉛直上方向・前方向の初速度を与えれば、前方への踏み出し動作を行うことができる。これを反復することで、Fig. 11 のような前進歩行を生成した。遊脚踏み出しおよび重心移動のタイミングは、次のような状態 I と状態 II を反復するオートマタによって決定した。すなわち、  
 状態 I：重心を支持脚側に移動、ZMP と支持脚足先との距離が 0.025 以下になったら遊脚足先に初期速度  $[0.03 \ 0 \ 0.008]^T$  を与え、遊脚目標位置を前方に 0.16 [m] 増加して状態 II へ。  
 状態 II：重心を両足先中点に移動、遊脚足先が着床したら遊脚と支持脚を交換して状態 I へ。

重心と目標 ZMP および実 ZMP の軌跡を Fig. 12 に示す。この結果は、提案する制御法を応用すれば、周期を陽に設定する

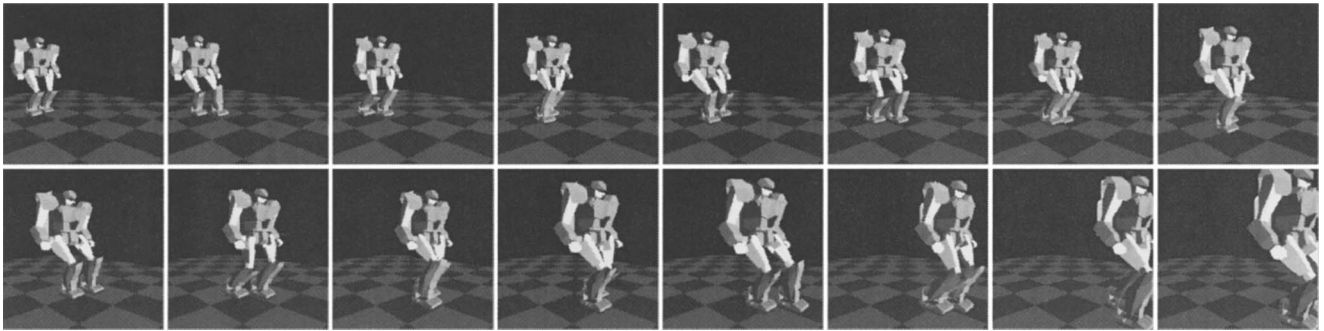


Fig. 11 A walking motion by repetitive forward steps

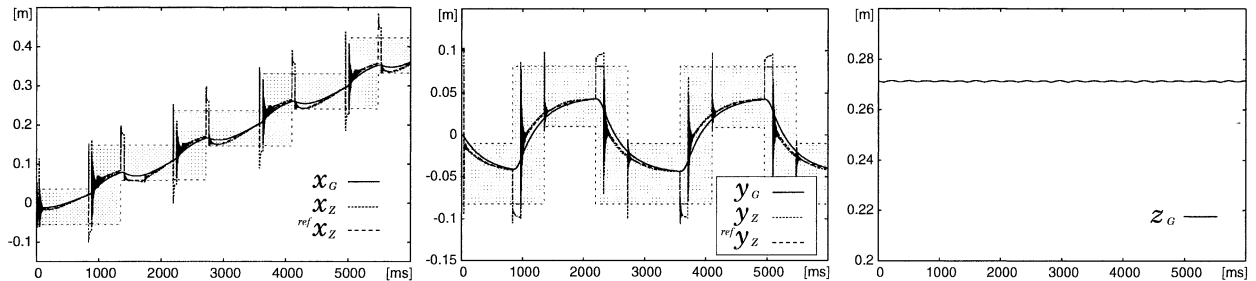


Fig. 12 Loci of COG and the referential/actual ZMP of the motion Fig. 11

ことなくほぼ定常的な歩行が実現できることを示唆している。

## 5. おわりに

重心と ZMP との関係を描出した低次元モデルによって示される、ヒューマノイドのダイナミクスが倒立振子のそれと等価であるということに基づいて、ZMP 操作による重心制御法を提案した。また重心ヤコビアンを用いて、低次元モデルと厳密なモデルとの間のギャップを比較的簡単に埋める方法を示し、シミュレーションを通して有効性を検証した。この結果得られた利点は次のようなものである。

- (1) ZMP を操作量とすることで、慣性系に固定点を持たないヒューマノイドに課される厳しい力学的拘束条件を直截的に考慮することが可能となる。
- (2) 大自由度を持つヒューマノイドのダイナミックな運動を実現するために、倒立振り制御と同じ方法を応用することが可能になる。加速度レベルまで考慮した指令パターンを持たず、重心や末端部位への位置・速度指令を適当に切り換えるだけで、様々な運動を行うことができる。これは、パターンベースな方法と比較して運動の目標値まわりの安定化可能な範囲が拡大されているということを意味し、大きな衝撃等を受けたときのロバスタな振舞いが期待できる。
- (3) おおのこのリンクのダイナミクスを考慮した厳密な運動方程式でなく、系全体の並進運動量に着目した大局的な運動方程式を採用することで、計算コストを抑えられる。このため、提案する方法はリアルタイム制御への適用に向いている。さらに重心ヤコビアンを用いて低次元モデルを実ロボットに還元するので、ロボットの機構構造による制約があまりない。

本稿において、重要な力学的拘束条件である摩擦力に関する

条件は考慮されていない。接触面において十分な摩擦力を得られず滑りが生じる場合は、その重心運動への影響を何らかの形でモデル化し、適応的に制御系を変更する必要があると考えられる。これについては今後の課題としたい。

謝辞 本研究は、科学事業振興事業団 (JST) 戦略的基礎研究推進事業 (CREST) 領域「脳を創る」の補助を受けた。

## 参考文献

- [1] 松井俊浩: “人間型ロボットはヒトに近づけるか”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.7, pp.961–963, 1997.
- [2] 中村仁彦, 山根克, 永嶋史朗: “構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.1152–1159, 1998.
- [3] M. Vukobratović, B. Borovac, D. Surla and D. Stokić: ‘Biped Locomotion: Dynamics, Stability, Control and Application,’ Scientific Fundamentals of Robotics. vol.7, Springer-Verlag, 1990.
- [4] 山口仁一, 高西淳夫, 加藤一郎: “上体運動により 3 軸モーメントを補償する 2 足歩行ロボットの開発”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.4, pp.581–586, 1993.
- [5] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa and T. Takenaka: “The Development of Honda Humanoid Robot,” Proceeding of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1321–1326, 1998.
- [6] 長阪憲一郎: 動力学フィルタによる人間型ロボットの全身運動生成, PhD thesis, 東京大学大学院工学系研究科, 2000.
- [7] S. Kajita, O. Matsumoto and M. Saigo: “Real-time 3D walking pattern generation for a biped robot with telescopic legs,” Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.2299–2036, 2001.
- [8] K. Löffler, M. Gienger and F. Pfeiffer: “Sensor and Control Design of a Dynamically Stable Biped Robot,” Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.484–490, 2003.
- [9] R.B. McGhee, F. Gubina and H. Hemami: “On the dynamic



stability of biped locomotion,” IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, vol.BME-21, no.2, pp.102-108, 1974.

- [10] 宮腰清一, 多賀巖太郎, 國吉康夫, 長久保晶彦: “神経振動子を用いた三次元 2 足踏みシミュレーション—ヒューマノイドの実世界内行動を目指して—”, 日本ロボット学会誌, vol.18, no.1, pp.87-93, 2000.
- [11] G. Pratt and J. Pratt: “Exploiting natural dynamics in the control of a planar bipedal walking robot,” Proceedings of the 36 Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, 1998.
- [12] A. Kawamura and Y. Fujimoto: “Simulation of an Autonomous Biped Walking Robot Including Environmental Force Interaction,” IEEE Robotics & Automation Magazine, vol.5, no.2, pp.33-41, 1998.
- [13] 池田貴幸, 篠原隆之, 美多勉: “可変拘束制御を用いた三次元脚式ロボットの走行制御”, 日本ロボット学会誌, vol.21, no.1, pp.94-102, 2003.
- [14] M. Vukobratović and J. Stepanenko: “On the Stability of Anthropomorphic Systems,” Mathematical Biosciences, vol.15, no.1, pp.1-37, 1972.
- [15] 空尾謙嗣, 村上俊之, 大西公平: “ZMP と重心制御の融合による 2 足歩行ロボットの安定動作”, 電気学会産業計測制御研究会, pp.35-40, 1997.
- [16] 小幡智, 藤本康孝, 河村篤男: “ZMP 制御に基づく 2 足歩行ロボット制御”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'99 講演予稿, 2A1-41-063, 1999.
- [17] 竹内裕喜: “脚式ロボットのリアルタイム最適化と制御”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'02 講演予稿, 2P1-E11, 2002.
- [18] 水戸部和久, 矢鳥克知, 那須康雄: “ゼロモーメント点の操作による歩行ロボットの制御”, 日本ロボット学会誌, vol.18, no.3, pp.359-365, 2000.
- [19] 加藤一郎: “二足歩行ロボット—その歴史と課題—”, 日本ロボット学会誌, vol.1, no.3, pp.164-166, 1983.
- [20] 有本卓, 宮崎文夫: “二足歩行ロボットの階層制御”, 日本ロボット学会誌, vol.1, no.3, pp.167-175, 1983.
- [21] T. Sugihara, Y. Nakamura and H. Inoue: “Realtime Humanoid Motion Generation through ZMP Manipulation based on Inverted Pendulum Control,” Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1404-1409, 2002.
- [22] 平野毅, 河村篤男: “適応インピーダンス制御による人間型 2 足ロボットの跳躍動作”, 電気学会産業計測制御研究会資料, pp.137-142, IIC-99-22, 1999.
- [23] 田宮幸春, 稲葉雅幸, 井上博允: “人間型ロボットの片足立脚動作における全身を用いた実時間動バランス補償”, 日本ロボット学会誌, vol.17, no.2, pp.268-274, 1999.
- [24] D.E. Orin and W.W. Schrader: “Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators,” The International Journal of Robotics Research, vol.3, no.4, pp.66-75, 1984.
- [25] 杉原知道, 中村仁彦: “高機動性獲得に向けた運動制御実験のための小型ヒューマノイドロボットの開発”, 第 21 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 2A24, 2003.
- [26] 北川知伸, 長阪憲一郎, 西脇光一, 稲葉雅幸, 井上博允: “遺伝的アルゴリズムを用いた人間型ロボットの脚腕協調動的起立動作の生成”, 第 17 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1191-1192, 1999.

### 付録 A. 台車型倒立振子の運動方程式

Fig. 13 に示すような平面内に拘束された台車型倒立振子の運動方程式は, 台車の質量が無視でき理想的に時間遅れなしで任意の位置に制御できるという仮定の下, 次式で表される.

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l} \sin \theta - \frac{\ddot{x}_c}{l} \cos \theta \quad (\text{A.1})$$

ただし  $\theta$  は倒立振子と鉛直軸とのなす角,  $l$  は軸長,  $x_c$  は水平軸上の支持点の座標である. 先端位置  $[x, z]$  は次式で表される.

$$x = x_c + l \sin \theta \quad (\text{A.2})$$

$$z = l \cos \theta \quad (\text{A.3})$$

式 (A.2), (A.3) を式 (A.1) に代入すると次式のようになる.

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l} \left( \frac{x - x_c}{l} \right) - \frac{\ddot{x}_c z}{l^2} \quad (\text{A.4})$$

また, 式 (A.2), (A.3) を  $\theta \simeq 0$  の近傍で線形化すると,

$$\theta \simeq \frac{x - x_c}{l} \quad (\text{A.5})$$

$$z \simeq l \quad (\text{A.6})$$

これを式 (A.4) に代入し整理すれば, 次式を得る.

$$\ddot{x} = \omega^2 (x - x_c) \quad (\text{A.7})$$

ただし  $\omega$  を次式のように定義した.

$$\omega^2 \equiv \frac{g}{l} \quad (\text{A.8})$$

### 付録 B. 仮想水平面 (VHP)

ヒューマノイドロボットと環境との接触点は三次元的に分布し, 一般に床面上の点とされる ZMP の力学的整合条件をそのような空間上の領域に関して議論するのは困難である. 北川ら [26] は, 接触群から任意の 3 点を選んで面を張り, その上に定義される拡張 ZMP を用いて脚腕協調運動の軌道を計画する方法を提案した. しかし望ましい運動を得るための面の選択の仕方は自

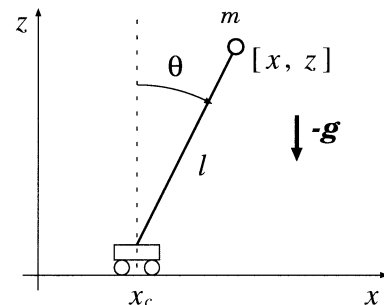


Fig. 13 Inverted pendulum

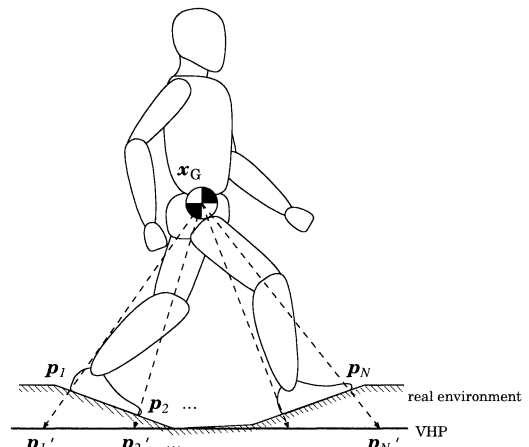


Fig. 14 VHP (Virtual Horizontal Plane)

明ではなく、考えられるすべての組み合わせについてこれを確認するのは計算量の観点からも不利である。本研究では、すべての接触点を、仮想的に設定したある水平面 (Virtual Horizontal Plane, VHP [21]) 上の、重心に及ぼす力に関して等価な点に投影し、三次元的な接触を統一的に考慮する方法を導入する。慣性力の影響を無視したとき、力ベクトルが作用線上で平行移動

できることに注意すれば、**Fig. 14** に示すような重心と接触点とを結ぶ直線と VHP との交点が等価接触点となる。これらの凸包を VHP 上の等価接地多角形と定義すれば、接触点在同一平面上にない場合でも、ZMP の力学的許容性を VHP 上で議論することが容易になる。



杉原知道 (Tomomichi Sugihara)

1975年4月9日生。1999年東京大学工学部機械情報工学科卒業、2004年同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了。現在、同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻助手。博士 (情報理工学)。ヒューマノイドロボットの運動学、力学、制御、ハードウェア設計、および実世界ロボットと仮想世界エージェントの統合的制御システムアーキテクチャやソフトウェア等の研究に従事。IEEEの会員。

(日本ロボット学会正会員)



中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1954年9月22日生。1982年京都大学大学院工学研究科精密機械工学専攻博士課程退学、同年より1987年まで同大学助手。1987年より1991年3月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授、準教授。同年4月より東京大学に勤務。現在、同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻教授。工学博士。ロボットの運動学、動力学、制御、および知能の問題、特に非ホロノミックロボット、脳型情報処理、ヒューマノイドやCGの運動・力学計算、外科手術用ロボットなどの研究に従事。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本機械学会、日本コンピュータ外科学会、IEEE、ASMEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)