

二脚制御における立位安定化から周期的揺動への力学変容

Dynamics Morphing from Regulator to Oscillator on the Bipedal Control

正 杉原知道 (九大)

Tomomichi Sugihara, Kyushu University

A stable non-linear oscillator for autonomous biped stepping control is designed in a top-down manner by morphing standing regulator dynamics. It resolves three problems which have been on the CPG approaches, namely, the unification with standing control, the parameter tuning, and the combination with sensory feedbacks. By synchronizing the foot-lifting with a stable limit cycle of ZMP, a stable stepping is achieved.

Key Words: Bipedal control, Dynamics morphing, Linear regulator, Nonlinear oscillator, Limit cycle

1. はじめに

脚口ボットは、地形の不確かさや予期しない外乱に富んだ空間内を頑健に移動し、また安定な立位を維持して作業することを期待されるものである。作業遂行のための参照運動パターンを時刻の関数として精緻に作り込むことは、現実的な環境ではほとんど意味を持たない。時刻に支配されない自律系として制御系を設計することが重要である。環境と機械的に連結せず、支持領域を不連続に変化させながら運動する脚口ボットの制御において、これはチャレンジングな問題となる。

二脚運動における基本は、立位安定化と周期的な足の踏み替えである。我々が普段何気なく行っているこれらの動作も、力学的には性質を大きく異にする。立位安定化とは、重心をある平衡点へと漸近収束させることであり、レギュレータ設計の問題として扱われる [1][2][3]。一方足の踏み替えには、重心を安定なリミットサイクルへ収束させることが必要になる [4]。線形制御の枠組みで実現するのは困難であり、van der Pol 結合振動子 [5] や松岡振動子 [6]、蔵本振動子 [7] などを用いた方法が提案されている。これらの従来研究は主に三つの問題点を持つ。すなわち、i) 立位安定器と全く異なる制御構造を持ち、そのままでは統合できないこと、ii) 複数の単位振動子をボトムアップに結合することで全体を構成するため、望みの運動を得るためのパラメータ設計に陽な指針を持たないこと、iii) これらの振動子はある程度外乱への適応能力を有するが、安定化のためには出力信号に重畳するフィードバック制御を別途設計しなければならないことである。

本稿では、これらの問題点を解決するトップダウンな制御器設計法を提案する。立位安定化問題に関して筆者 [8] は、力学的制約の下で最も安定化能力が高くなるレギュレータの成立条件を示した。これのダンピング項のある非線形な形に連続変形することで、立位安定化に適した性質を維持したまま重心運動に安定なリミットサイクルを発現させる。このとき ZMP もリミットサイクルへと収束するので、これに同期して安定な踏み換えが行えることを示す。Morimoto ら [9] と逆の立場を取るが、結果的に彼らの方法を理論補強し、制御パラメータに明解な意味を与える。

2. 最良重心-ZMP レギュレータ [8]

Fig.1 に示すような、ラテラル面内での二脚運動を考える。簡単のために、重心まわりに発生するトルクは重心の並進慣性力が ZMP まわりに発生するトルクに比べて十分小さく、かつ重心の鉛直方向高さ z は一定であると仮定する。左右方向の重心位置

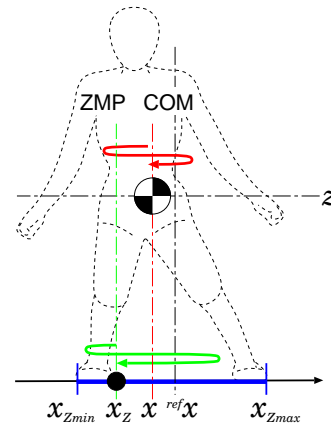


Fig.1 An approximate mass-concentrated biped model in lateral plane. ZMP x_Z moves within the supporting region $x_{Zmin} \leq x_Z \leq x_{Zmax}$. The height of COM is assumed to be constant.

を x 、重心参照位置を ^{ref}x 、ZMP 位置を x_Z とそれぞれおくと、ZMP を入力とする次の線形状態方程式を得る [10]。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \end{bmatrix} \chi_Z \quad (1)$$

ただし $\chi \equiv x - ^{ref}x$ 、 $\chi_Z \equiv x_Z - ^{ref}x$ 、 $\omega \equiv \sqrt{g/z}$ 、 $g = 9.8[\text{N/kg}]$ は重力加速度である。このような最も単純化された系であっても、 χ_Z は次のように支持領域内 $[\chi_{Zmin}, \chi_{Zmax}]$ に拘束される。

$$\chi_{Zmin} \leq \chi_Z \leq \chi_{Zmax} \quad (2)$$

ただし $\chi_{Zmin} \equiv \chi_{Zmin} + ^{ref}x$ 、 $\chi_{Zmax} \equiv \chi_{Zmax} + ^{ref}x$ はそれぞれ x 軸上の支持領域の右端と左端である。

拘束条件式 (2) を考慮し、参照位置まわりで立位安定化するために、入力量としての目標 ZMP を次のように決定する。

$$\tilde{\chi}_Z = (q+1) \left(\chi + \frac{\dot{\chi}}{\omega} \right) \quad (3)$$

$$\chi_Z = \begin{cases} \chi_{Zmax} & (\text{S1: } \tilde{\chi}_Z > \chi_{Zmax}) \\ \tilde{\chi}_Z & (\text{S2: } \chi_{Zmin} \leq \tilde{\chi}_Z \leq \chi_{Zmax}) \\ \chi_{Zmin} & (\text{S3: } \tilde{\chi}_Z < \chi_{Zmin}) \end{cases} \quad (4)$$

ただし q は正の定数とする。 $\tilde{\chi}_Z$ は模擬 ZMP [11] と呼ばれる。実 ZMP を目標 ZMP に一致させることができれば、重心のダイナ

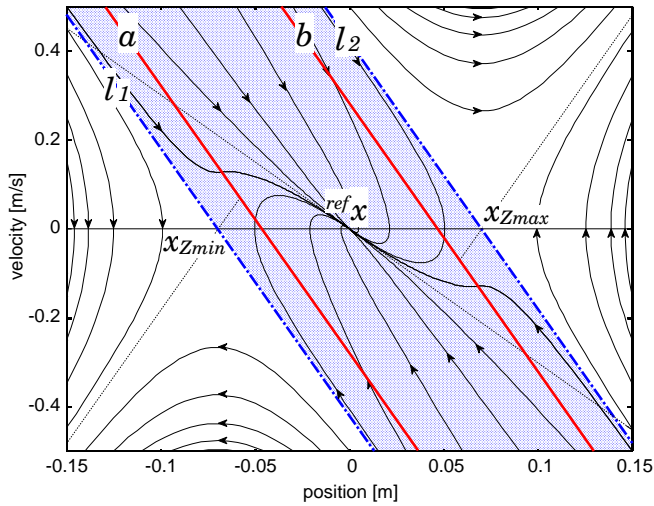


Fig.2 Curves of the piecewise-affine autonomous system with the best COM-ZMP regulator for $\omega = \sqrt{g/0.27}$, $ref\ x = 0$, $x_{Zmin} = -0.07$, $x_{Zmax} = 0.07$ and $q = 0.5$.

ミクスは次の区分アフィン系で表される自律システムとなる．

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \chi_{Zmax} \end{bmatrix} & (S1) \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 q & \omega(q+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} & (S2) \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \chi_{Zmin} \end{bmatrix} & (S3) \end{cases} \quad (5)$$

この制御器は，状態 (S2) が $(\chi, \dot{\chi}) = (0, 0)$ を含む（すなわち $\chi_{Zmin} < 0 < \chi_{Zmax}$ ）ならば，安定化可能な重心の初期状態の集合（以降では立位安定領域と呼ぶ）を最大化するという特徴がある．この意味で，上記の制御器を最良重心-ZMP レギュレータと呼ぶ．詳しくは既報 [8] を参照されたい． $\chi_{Zmin} = -0.07[m]$ ， $\chi_{Zmax} = 0.07[m]$ ， $z = 0.27[m]$ ， $q = 0.5$ のときのこのシステムの相図を Fig.2 に示す．図中，点ハッチングされた領域が立位安定領域である．

3. 力学変容によるリミットサイクル発現

立位安定化においても足踏みにおいても，拘束条件式 (2) が課されることに変わりはない．最良重心-ZMP レギュレータは本質的に線形フィードバック系であるから，足踏みに必要な自励振動は発現し得ない．安定化可能な領域が最大化されるという性質を保ったまま，安定なリミットサイクルが現れるような非線形フィードバック系を設計することが求められる．そこで，状態 (S2) において目標 ZMP を式 (3) の代わりに次式で決定する．

$$\tilde{\chi}_Z = (q+1) \left(\chi + f(\zeta) \frac{\dot{\chi}}{\omega} \right) \quad (6)$$

ただし，

$$f(\zeta) \equiv 1 + \rho \exp \left\{ \frac{1}{(q+1)^2} - \frac{\zeta^2}{r^2} \right\} \quad (7)$$

$$\zeta \equiv \sqrt{\chi^2 + \frac{\dot{\chi}^2}{\omega^2 q}} \quad (8)$$

$r > 0$ および $\rho > 0$ は制御器の設計パラメータであり，それぞれの意味は以降の説明で明らかとなる．

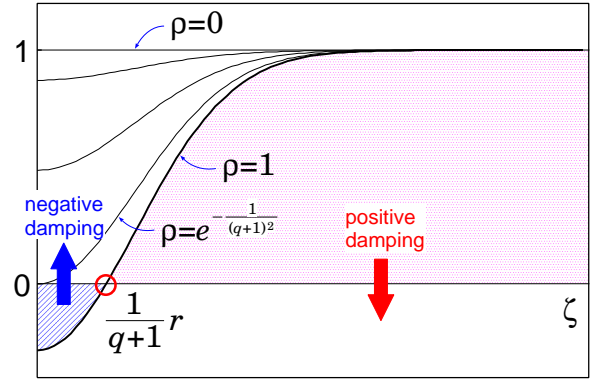


Fig.3 Non-linear damping for a self-excited oscillation which continuously morphs from a linear damper.

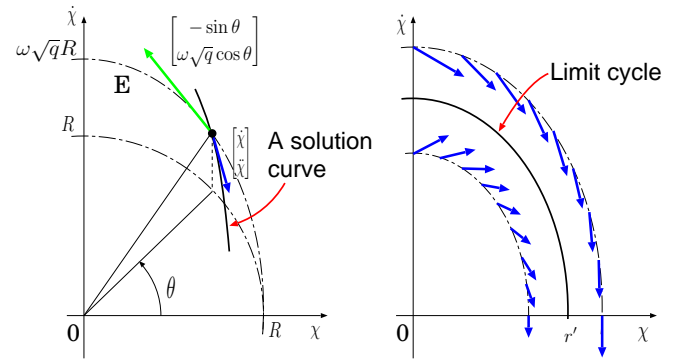


Fig.4 The existence of a limit cycle in the system Eq.(9) is proved based on Poincaré-Bendixson theorem.

状態 (S2) において，系は次の微分方程式で表される．

$$\ddot{\chi} + \omega(q+1)f(\zeta)\dot{\chi} + \omega^2 q \chi = 0 \quad (9)$$

また式 (7) で定義される $f(\zeta)$ は， ζ に対し Fig.3 のような概形をとる． $\rho = 0$ のときに，これは最良重心-ZMP レギュレータに一致する． ρ を徐々に増やしていくとダンピング項が変形し， $\rho > \exp \left\{ -\frac{1}{(q+1)^2} \right\}$ のときに自律系 (9) は次式で表される安定な楕円状のリミットサイクルを持つ．

$$\chi^2 + \frac{\dot{\chi}^2}{\omega^2 q} = \left\{ \frac{1}{(q+1)^2} + \log \rho \right\} r^2 \quad (10)$$

このことは次のように証明される．

証明

$$\rho > \exp \left\{ -\frac{1}{(q+1)^2} \right\}$$

である場合のみを考える．まず，

$$r' \equiv \sqrt{\frac{1}{(q+1)^2} + \log \rho} r \quad (11)$$

を定義すると，

$$\zeta \leq r' \iff f(\zeta) \leq 0 \quad (12)$$

(復号同順) である．Fig.4 左のように，相平面上にある楕円

$$E: \chi^2 + \frac{\dot{\chi}^2}{\omega^2 q} = R^2 \quad (R > 0) \quad (13)$$

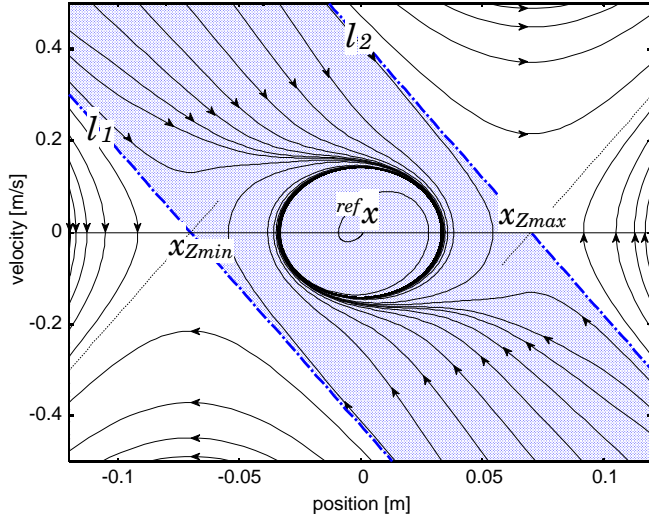


Fig.5 Curves of the autonomous system with non-linear ZMP feedback for $\omega = \sqrt{g/0.27}$, $^{ref}x = 0$, $x_{Zmin} = -0.07$, $x_{Zmax} = 0.07$, $q = 0.5$, $r = 0.05$ and $\rho = 1$.

を置き、その上の点 $(\chi, \dot{\chi}) = (R \cos \theta, \omega \sqrt{q} R \sin \theta)$ における楕円 E の接ベクトル $[-\sin \theta, \omega \sqrt{q} \cos \theta]^T$ と、勾配ベクトル $[\dot{\chi}, \ddot{\chi}]^T$ を考える。

$$D(R, \theta) \equiv \begin{vmatrix} \dot{\chi} & -\sin \theta \\ \ddot{\chi} & \omega \sqrt{q} \cos \theta \end{vmatrix} = -\omega^2 (q+1) \sqrt{q} f(R) \sin^2 \theta \quad (14)$$

を定義すると、

$$D(R, \theta) \leq 0 \iff R \leq r' \quad (15)$$

(復号同順、ただし $\theta = 0, \pi$ のときも等号成立) なので、 $R > r'$ のとき $[\chi, \dot{\chi}]^T$ は E の内側へ流入し、逆に $0 < R < r'$ のとき $[\chi, \dot{\chi}]^T$ は E の外側へ流出する (Fig.4 右参照)。よって Poincaré-Bendixson の定理より、楕円 E は安定なリミットサイクルとなる。■

特に $\rho = 1$ のとき式 (10) は、振幅 $\frac{r}{q+1}$ 、周期 $\frac{2\pi}{\omega \sqrt{q}}$ の単振動となる。さらに任意の正の q, ρ, r に対し次が言える。

$$\lim_{\zeta \rightarrow \infty} f(\zeta) = 1 \quad (16)$$

以上より、提案する制御則によって平衡点を中心とした安定な楕円状リミットサイクルが形成され、しかも平衡点から離れた場所では元の最良重心-ZMP レギュレータに近い性質が保存されることがわかる。 $\chi_{Zmin} = -0.07[\text{m}]$, $\chi_{Zmax} = 0.07[\text{m}]$, $z = 0.27[\text{m}]$, $\rho = 1$, $r = 0.05[\text{m}]$, $q = 0.5$ としたときの相図を Fig.5 に示す。期待した性質が現れていることが見てとれる。

4. 位同期による足踏み

x_Z から x への伝達関数 $G(s)$ は、

$$G(s) = \frac{\omega^2}{-s^2 + \omega^2} \quad (17)$$

なので、次の周波数応答を得る。

$$G(i\Omega) = \frac{\omega^2}{\Omega^2 + \omega^2} \quad (18)$$

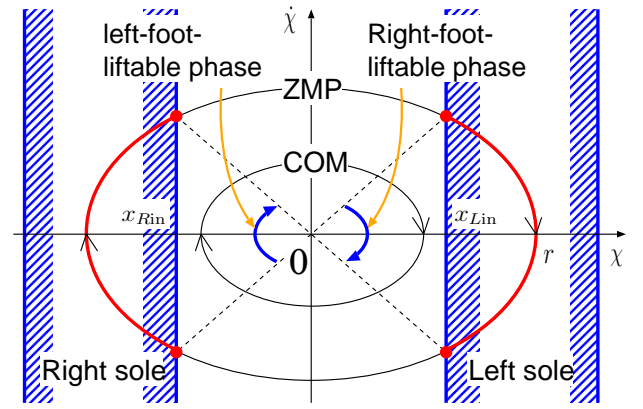


Fig.6 Phase-synchronized step with stable oscillation is achieved. ZMP-phase and accordingly COM-phase tells permission for a foot to be lifted-up.

ただし i は虚数単位である。これより、重心 $(\chi, \dot{\chi})$ が安定なリミットサイクルに収束しているならば、ZMP は重心に対して位相遅れなしで同期し、そのゲインは $G(i\omega\sqrt{q}) = \frac{1}{q+1}$ となることから分かる。特に $\rho = 1$ のとき、ZMP の振幅は r である。したがって、次のような方法で ZMP の振動に同期した安定な足踏みが可能と考えられる。

まず、次の複素数 p を定義する。

$$p \equiv \chi_Z - \frac{(q+1)\dot{\chi}}{\omega \sqrt{q}} i \quad (19)$$

x 軸上の左足裏内側縁の位置が x_{Lin} であるとしよう。Fig.6 に示すように、 p が次式を満たすとき ZMP は左足裏面に存在する。

$$0 \leq \phi_R \leq 2\theta_R \quad (20)$$

ただし

$$\phi_R \equiv \angle \frac{p}{p_{Rin}} \quad (21)$$

$$p_{Rin} \equiv x_{Lin} - i \sin \theta_R \quad (22)$$

$$\theta_R \equiv \cos^{-1} \frac{x_{Lin}}{r} \quad (23)$$

である。そこで、 ϕ_R に対して右足高さ z_R を次式で決定する。

$$z_R = \frac{1}{2} h \left(1 - \cos \pi \frac{\tilde{\phi}_R}{\theta_R} \right) \quad (24)$$

$$\tilde{\phi}_R \equiv \text{sat} \{ \phi_R, 0, 2\theta_R \} \quad (25)$$

ただし h は最大足上げ高さであり、 $\text{sat} \{ x, \underline{x}, \bar{x} \}$ は次式で定義される飽和関数である。

$$\text{sat} \{ x, \underline{x}, \bar{x} \} \equiv \begin{cases} \bar{x} & (x > \bar{x}) \\ x & (x \leq x \leq \bar{x}) \\ \underline{x} & (x < \underline{x}) \end{cases} \quad (26)$$

左足高さ z_L も同様に決定する。

足の昇降を ZMP の振動に同期させることで安定な足踏み動作が得られることは、Morimoto ら [9] によって実験的に示された。本節での議論は、その理論的背景を示したものと見える。特に、ZMP 振動の周期や振幅を陽に設計できる点は、本稿で提案する方法の特長である。

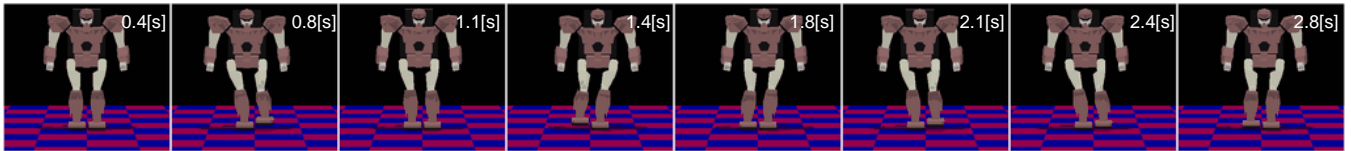
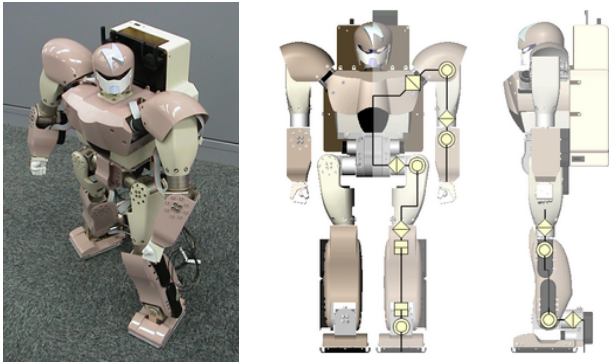


Fig.9 Snapshots of a phase-synchronized stepping motion, whose the COM, ZMP and foot-height loci were plotted in Fig.8.



Name:	mighty
Height:	580 [mm]
Weight:	6.5 [kg]
Number of joints:	20 (8 for arms,12 for legs)

Fig.7 External view and specifications of the simulated robot

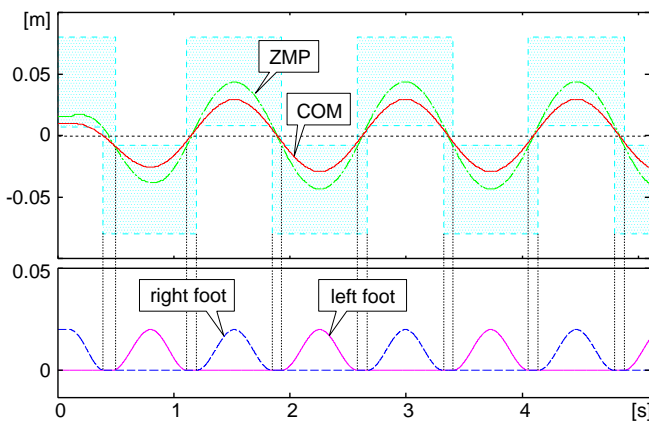


Fig.8 Loci of COM, ZMP and height of both feet of a phase-synchronized stepping for $q = 0.5$, $\rho = 1.0$ and $r = 0.044$ [m]. The dotted area is the supporting region.

5. シミュレーション

Fig.7 に示す小型人型ロボット mighty[12] を想定し、足踏みシミュレーションを行った．簡単のため、全質量が重心に集中しているモデルとし、左右の足の中心間距離を 0.1[m] として直立した時の支持領域および重心高さを参考に $\chi_{Zmin} = -0.08$ [m], $\chi_{Zmax} = 0.08$ [m], $z = 0.27$ [m] とした．片足の幅は 0.078[m] である．また $\rho = 1$, $r = 0.044$ [m] とし、ZMP が周期約 4.7[s]、振幅 0.044[m] で振動することを期待するものである．出力された運動における左右方向の重心と ZMP 位置、および足上げ高さの軌跡を Fig.8 に示す．点ハッチングされた領域が支持領域である．支持領域と ZMP、足の離着床が整合した安定な自励振動が実現されていることが確認できる．ZMP の周期、振幅ともに設計値と一致している．Fig.9 は mighty モデル上で再現した運動のスナップショットである．

6. おわりに

従来別個に研究されてきた立位安定化と周期的足踏みを統合する、トップダウンなフィードバック制御を開発した．重心と ZMP とのマクロな関係に基づくものであり、身体構造の差異を越える二脚制御の基盤となると期待する．

本研究は、科学研究費補助金若手研究 (B)(課題番号:20760170) および次世代研究スーパースター養成プログラム (九州大学総長裁量経費) の支援を受けた．

文献

- [1] S. Ito and H. Kawasaki. A Standing Posture Control Based on Ground Reaction Force. In *Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1340–1345, 2000.
- [2] S. Kajita et al. Balancing a Humanoid Robot Using Back-drive Concerned Torque Control and Direct Angular Momentum Feedback. In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 3376–3382, 2001.
- [3] Napoleon et al. An Analysis of ZMP Control Problem of Humanoid Robot with Compliances in Sole of the Foot. In *Preprint of the 16th IFAC World Congress*, 2005.
- [4] D. C. Witt. A Feasibility Study on Automatically-Controlled Powered Lower-Limb Prostheses. Report, University of Oxford, 1970.
- [5] R. Kato and M. Mori. Control Method of Biped Locomotion Giving Asymptotic Stability of Trajectory. *Automatica*, Vol. 20, No. 4, pp. 405–414, 1984.
- [6] G. Taga. A model of the neuro-musculo-skeletal system for human locomotion. *Biological Cybernetics*, Vol. 73, pp. 97–121, 1995.
- [7] S. Aoi and K. Tsuchiya. Stability Analysis of a Simple Walking Model Driven by an Oscillator With a Phase Reset Using Sensory Feedback. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 2, pp. 391–397, 2006.
- [8] T. Sugihara. Standing Stabilizability and Stepping Maneuver in Planar Bipedalism based on the Best COM-ZMP Regulator. In *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 2009 (to appear).
- [9] J. Morimoto et al. A Biologically Inspired Biped Locomotion Strategy for Humanoid Robots: Modulation of Sinusoidal Patterns by a Coupled Oscillator Model. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 1, pp. 185–191, 2008.
- [10] K. Mitobe et al. Control of walking robots based on manipulation of the zero moment point. *Robotica*, Vol. 18, pp. 651–657, 2000.
- [11] T. Sugihara. Simulated Regulator to Synthesize ZMP Manipulation and Foot Location for Autonomous Control of Biped Robots. In *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 1264–1269, 2008.
- [12] T. Sugihara et al. Hardware design of high performance miniature anthropomorphic robots. *Robotics and Autonomous System*, Vol. 56, pp. 82–94, 2007.