

接触拘束条件緩和と速度次元での侵入量補償による 高速かつ安定な剛体リンク系順動力学計算

脇坂尚樹 (阪大) 杉原知道 (阪大)

1. はじめに

順動力学シミュレーションは実測することが困難な物理量などを定量的に推定評価できるため、有用である。ロボットは、環境と複雑な力学的相互作用をすることで運動するため、環境との衝突・接触による力が高速かつ高精度に計算できることが望ましい。しかし、物体の衝突を離散化された計算機内でモデル化すると、数値的に不安定な挙動を示しやすいことが知られている。

接触力を計算するために、これまでに様々なモデルが提案されている。これらは、微視的な方法 [1][2][3][4] と巨視的な方法 [5][6][7] の二つに大別できる。前者は、接触による物体の微小な変形を直接モデル化したものである。この方法では、ロボットの構造体として一般的に用いられる高剛性物体は、粘弾性の大きな要素としてモデル化する。そのため物体の変形過程を詳細に追う必要があり、安定な計算を行うためには積分時間幅を短くしなければならず計算コストが高くなる。これに対して後者は、微視的な変形を詳細に追うことはあきらめ、接触点間の相対運動に関する拘束条件が理想的に満たされるような接触力を計算する。不連続な速度変化を直接計算するため、安定な計算ができ計算コストが低い。しかし、接触力の不自然な配分やチャタリング、解が一意に決まらない不静定問題などが生じる。

杉原ら [8] は、巨視的な方法の拘束条件を緩和し、それによって生じる誤差を微視的な方法で補償する方法を提案している。接触拘束条件を緩和することで、数値的な悪条件は緩和されたが、リンク数 n に対して $O(n^3)$ の計算量が必要である。また、微視的な方法を用いるため、数値的な発散を招きやすい。

本研究では、拘束条件の緩和によって生じる誤差を巨視的な観点で補償する方法を提案する。具体的には速度の次元で侵入量を補償するような補正を行う。この方法により、より数値的に安定となり計算コストを抑えることができる。さらに、Kokkevis ら [9] の方法によって計算量を $O(n)$ とし、また、Yamane ら [4] の方法における摩擦モデルを元に新しい摩擦モデルを構築し、速度閾値を用いることなく静止摩擦力・動摩擦力を計算する。

2. 接触拘束条件

2.1 接触点座標軸

本稿では、剛体はすべて多面体で表現でき、その頂点で他物体と接触するものとする。また、接触点にはトルクは働かず接触力は並進力のみであるとする。リンク系全体で i 番目の接触点位置を $p_i \in \mathbb{R}^3$ と表す。各接触点に図 1 のような固有の座標軸を設ける。接触面の単位法線ベクトルを $n_{i1} \in \mathbb{R}^3$ ($\|n_{i1}\| = 1$)、 n_{i1} に対して右

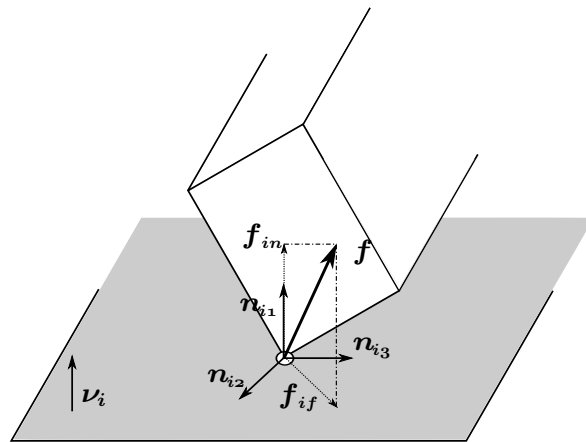


図 1 接触点座標軸

手直交系となるように $n_{i2}, n_{i3} \in \mathbb{R}^3$ ($\|n_{i2}\| = \|n_{i3}\| = 1$) をとる。各軸方向の接触力成分をそれぞれ f_{i1}, f_{i2}, f_{i3} とし、それらをまとめたものを $f_i = [f_{i1} \ f_{i2} \ f_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3$ とする。つまり、

$$f_i = f_{i1}n_{i1} + f_{i2}n_{i2} + f_{i3}n_{i3} \quad (1)$$

である。接触力 f_i は次のように垂直抗力 f_{in} と摩擦力 f_{if} に分けることができる。

$$f_{in} = f_{i1}n_{i1} \quad f_{if} = f_{i2}n_{i2} + f_{i3}n_{i3} \quad (2)$$

また、同様に接触点加速度、速度の n_{i1}, n_{i2}, n_{i3} 方向成分をまとめたものを、それぞれ $a_i = [a_{i1} \ a_{i2} \ a_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3$ 、 $v_i = [v_{i1} \ v_{i2} \ v_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3$ と表す。

2.2 接触点加速度と接触力

リンク系全体の接触点数を m とする。各接触点での加速度 a_i を並べたベクトルを $a = [a_1^T \ \dots \ a_m^T]^T \in \mathbb{R}^{3m}$ 、接触力を並べたベクトルを $f = [f_1^T \ \dots \ f_m^T]^T \in \mathbb{R}^{3m}$ とすると、次のような線形な関係が得られる。

$$a = Af + a_0 \quad (3)$$

$A \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$ は全ての接触力が各接触点の加速度に及ぼす影響を表す、逆慣性行列とヤコビ行列をまとめた行列であり、 $a_0 \in \mathbb{R}^{3m}$ は接触力がない場合の加速度である。

Kokkevis ら [9] は、Featherstone[10] による ABI 法を応用してこの A, a_0 を効率良く計算する方法を提案している。まず、 $f = 0$ とし順動力学計算を行い、得られた接触点加速度列を式 (3) における a_0 とする。続

いて j 番目の要素が 1 でそれ以外の要素が 0 であるベクトル e_j を用いて、 $f = e_j$ として順動力学計算した結果得られた接触点加速度を α_i とすれば、 A の j 番目の列ベクトル $(A)_j$ は次のように計算できる。

$$(A)_j = \alpha_j - a_0 \quad (4)$$

ABI 法は、リンク数 n に対して計算量が $O(n)$ であるため、Kokkevis らの方法では A, a_0 を求めるのに必要な計算量が $O(nm + m^2)$ となる。リンク数に対して線形な計算量となっており効率良く計算ができる。

2.3 接触拘束条件

加速度 a 接触力 f に対して、 A, a_0 の時間変化が十分小さいとする。微小時間 Δt で式 (3) を積分すると、次式が成り立つ。

$$v_+ = A\Delta f + b \quad (5)$$

ただし、

$$b = \int_{\Delta t} a_0 dt + v_- \simeq a_0 \Delta t + v_- \quad (6)$$

$$\Delta f = \int_{\Delta t} f dt \quad (7)$$

とする。 $v_+, v_- \in \mathbb{R}^{3m}$ はそれぞれ積分後・前の各接触点速度 v_{i+}, v_{i-} をまとめたベクトルである。

物体が接触点で理想的に拘束される、つまり完全非弾性衝突を仮定すると、接触点での拘束条件として次式が成り立つ。

$$v_+ = 0 \Leftrightarrow A\Delta f + b = 0 \quad (8)$$

上式を解くことで接触力 f を計算する。しかし、剛体の運動は異なる 3 点の運動が与えられれば決定されるため、一つの物体に接触点が 4 個以上存在すると不静定問題となる。この場合、式 (8) の係数行列 A は非正則となり逆行列を持たず、接触力は一意に決まらない。厳密に解を求めようとすると、得られた接触力が頻繁に零となるチャタリングが生じる。式 (8) は、接触点の局所的な拘束条件であるうえ、離散化による影響のため、厳密な解が剛体リンクの運動を矛盾のないものとする保証はない。したがって、式 (8) を厳密に解くことを諦め、数値的な安定性を優先して解く。

杉原ら [8] は、この拘束条件を緩和することで安定に計算する方法を提案した。具体的には、人為的な係数 λ を導入して次のような二次計画問題を考えることで拘束条件を緩和する。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|A\Delta f + b\|^2 + \frac{1}{2} \lambda \|\Delta f\|^2 \rightarrow \min. \\ & \text{subject to } n_{i1}^T \Delta f_i \geq 0 \quad (i = 1 \cdots m) \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、不等式条件は垂直抗力の非負条件を表している。 λ を大きくすると、得られた解の拘束条件式 (8) からの誤差が大きくなるが、必ず $\|\Delta f\|$ を小さくする方向に誤差が生じる。

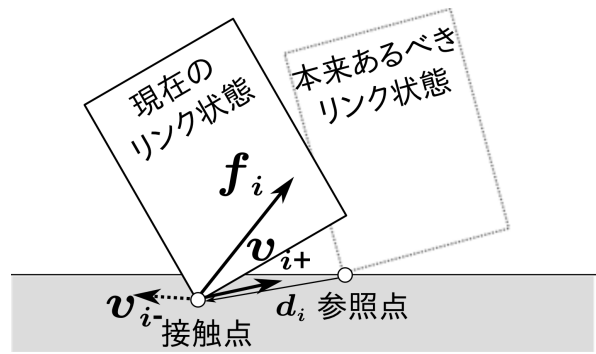


図 2 巨視的な誤差補償モデル

2.4 巨視的な誤差補償

式 (8) を二次計画問題 (9) で置き換えたことにより、 Δf が、物体を拘束するためには不足しがちになる。そのため、物体が本来あるべき位置からずれてしまう。具体的な現象としては、物体同士の侵入や静止点の滑りなどが生じる。杉原ら [8] は、そのずれを微視的な方法で補償していた。すなわち、物体の侵入量と侵入速度に対するバネ・ダンパ力を加えることでずれを補償している。しかし、微視的な方法は、衝突などにより速度が大きく変化する場合、数値的な発散を招きやすい。そこで、本稿では図 2 のように巨視的な方法でずれを補償する方法を提案する。式 (8) を次式のように置き換えることで、巨視的にずれを補償する。

$$v_+ = -Kd \quad (10)$$

ただし、 $d = [d_1^T \cdots d_m^T]^T$ は各接触点の参照点からのずれ d_i を並べたベクトル、 K は補償の大きさを表す対角係数行列である。先ほどと同様に式 (10) を次の二次計画問題に置き換える。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|A\Delta f + b + Kd\|^2 + \frac{1}{2} \lambda \|\Delta f\|^2 \rightarrow \min. \\ & \text{subject to } n_{i1}^T \Delta f_i \geq 0 \quad (i = 1 \cdots m) \end{aligned} \quad (11)$$

これは、誤差を補償するような積分後の速度を直接計算する巨視的な方法であり、安定な計算が期待できる。式 (8) を満たす接触力が、速度を零にしようとする力、すなわちダンパ力だったのに対して、式 (10) を満たす接触力は、誤差に対するバネ力が加わっている。接触力をバネ・ダンパ力として見たとき、バネ・ダンパ係数は時間幅 Δt に依存して自動的に決定されていることを意味する。

また、微小時間 Δt 間の f の変化を厳密に追うことはせず、次のように Δf の時間平均として計算する。

$$f = \frac{\Delta f}{\Delta t} \quad (12)$$

接触点 i の参照点からのずれ d_i について、黄ら [3] の摩擦モデルを参考にした。接触点となる頂点の前時刻における状態と現在時刻における状態との関係により、以下のように分類して考える。

1. 非接触から接触へ移行する場合

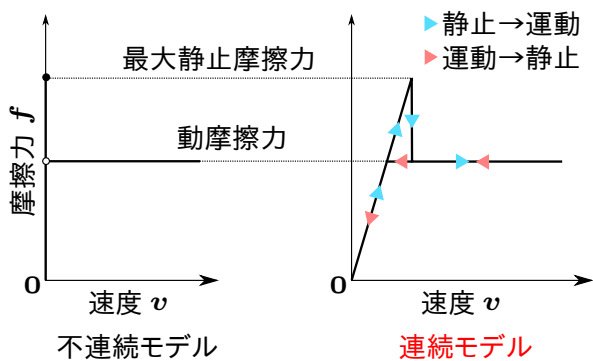


図3 摩擦モデル

接触点の前時刻の頂点位置を p_{ip} とする．実際に物体が接触した点は p_{ip} と p_i の間にあると予想される．そこで， p_{ip} と p_i を線形に補間し，接触面上にの点 p_n を実際に物体が接触した点と近似し，その点を参照点とする． p_n は次式で計算することができる．

$$p_n = (1-s)p_{ip} + sp_i$$

$$s = \frac{n_{i1}^T(p_o - p_{ip})}{n_{i1}^T(p - p_{ip})} \quad (13)$$

ここで， p_o は接触面上の任意の点とする．参照点からのずれは次のように表される．

$$d_i = p_i - p_n \quad (14)$$

2. 接触が維持される場合

前時刻での参照点 p_{np} を現在の参照点と考える．つまり，参照点からのずれは次のように表される．

$$d_i = p_i - p_{np} \quad (15)$$

ただし，参照点は接触点の現在の状態によって更新される．更新の仕方については次節で詳しく説明する．

2.5 摩擦修正

接触力は，接触点のある位置に静止させようとする力であり，その接触面法線方向成分は垂直抗力，剪断方向成分は静止摩擦力である．実際には最大静止摩擦力以上の静止摩擦力を発生させることはできない．そこで，次のように摩擦力を修正する．

次式が満たされるならば，計算された静止摩擦力は発生し得るため修正は行わない．

$$\|f_{if}\| \leq \mu_s \|f_{in}\| \quad (16)$$

ただし， μ_s は最大静止摩擦係数である．上式が満たされないならば，摩擦力を次のように動摩擦力に修正する．

$$f_{if} \leftarrow -\mu_d \|f_{in}\| \frac{f_{if}}{\|f_{if}\|} \quad (17)$$

ただし， μ_d は動摩擦係数である．このように接触点に動摩擦力が作用すると判断された場合，参照点を次のように更新する．

$$p_n = p - (n_{i1}^T(p_i - p_o))n_{i1} \quad (18)$$

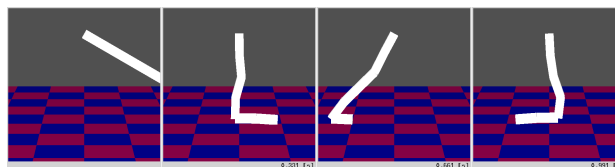


図4 シミュレーション結果

方法	時間幅 Δt [s]	計算時間 [s]
提案方法	0.001	31.3
巨視的な方法	0.001	6.9
微視的な方法	0.00001	187.5

表1 各方法の時間幅と計算時間

つまり，参照点を現在の接触点の接触面への投影点とする．

一般的にロボットのリンクとして考えられる物質の場合，動摩擦力は最大静止摩擦力よりも小さく，摩擦力は図3の不連続モデルのようにモデル化される．本稿では，より数値的に安定な図3の連続モデルを適用する．この連続モデルのように，実際の摩擦力は，静止状態から動き出すとき最大静止摩擦力まで上昇するが，動いている状態から静止する場合，動摩擦力から急激に最大静止摩擦力まで上昇することはないと考えられる．したがって，前時刻に接触点が動いていた場合，式(16)の判定はふさわしくない．そこで，前時刻に動摩擦力が作用していた接触点については，次のような不等式を考える．

$$\|f_{if}\| \leq \mu_d \|f_{in}\| \quad (19)$$

上式を満たす場合，静止摩擦力が作用していると判断する．満たされないならば，次のように摩擦力を修正する．

$$f_{if} \leftarrow -\mu_d \|f_{in}\| w(\|v_{if}\|) \frac{v_{if}}{\|v_{if}\|} \quad (20)$$

ただし， v_{if} は接触面水平方向の接触点速度，すなわち滑り速度である．また， $w(x)$ は，Yamane ら [4] の動摩擦モデルで導入されている以下のような関数である．

$$w(x) = 1 - e^{-k_w x} \quad (21)$$

これは次のような働きを持つ．動摩擦力が作用している状態から静止状態へ移行する直前においては，接触点の速度は摩擦力に対して小さいと考えられる．離散化の影響により，滑り速度に対して動摩擦力が大きいと接触点の速度が反転し振動するディザが生じる．関数 w を導入することで，速度が小さいほど作用する動摩擦力が小さくなるため，ディザを抑えて静止状態に移行させることができる．

3. シミュレーション

シミュレーションによって提案方法の性能を検証した．実装はC言語で行い，計算機はCPUがIntel(R) Core(TM) i7-2720QM 2.20 [GHz] でメモリが8 [GB]

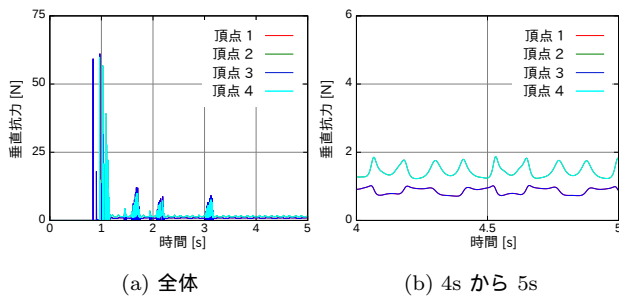


図5 シミュレーション結果 提案方法

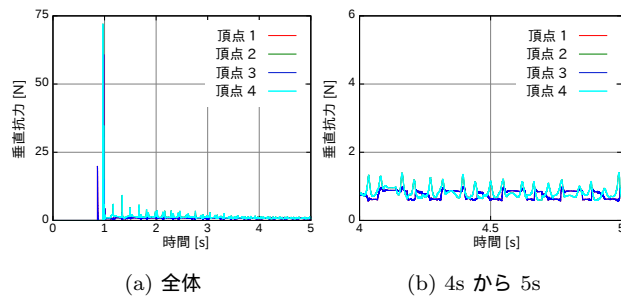


図7 シミュレーション結果 微視的方法

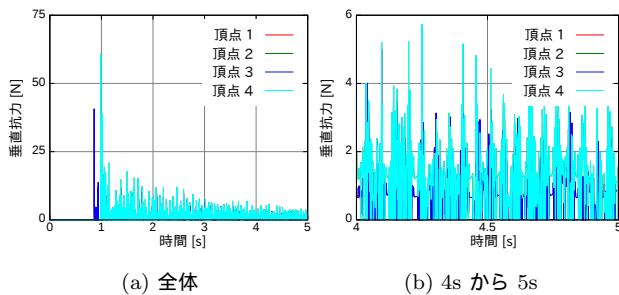


図6 シミュレーション結果 巨視的方法

のコンピュータを用いた．また，数値積分は全て Runge-Kutta-Gill 法を用いた．

n 重振り子の地面との接触シミュレーションを行った．リンク一つの大きさは幅 4[cm]，高さ 10[cm]，奥行き 4[cm] で，質量は 0.3[kg] である．各リンクは同方向の回転軸をもつ回転関節で繋がれている．シミュレーション時間は 5[s]，環境と繋がれている関節の初期角度を 60° とした．ただし，地面とリンクとの動摩擦係数は 0.4，最大静止摩擦係数は 1.0 とする．

提案方法，巨視的な方法，微視的な方法の 3 種類の方法でシミュレーションを行った．どの方法でも全体の運動はおおよそ同じであるので，代表して提案方法を用いたシミュレーションのスナップショットを図 4 に示す．計算が発散せず，きちんと静止していることが確認できる．さらに，それぞれの方法で安定に計算が可能であった時間幅 Δt と計算時間を表 1 にまとめた．提案方法は，微視的な方法と比べて大きな時間幅でも安定に計算できおり，巨視的な方法と同等の計算効率を有していることが分かる．また，各種方法における，末端リンクが最終的に地面と接触する 4 つの頂点での垂直抗力を，それぞれ図 5，図 6，図 7 にまとめた．図 5，図 6 を見てみると，提案方法はチャタリングが抑えられていることが確認できる．さらに，巨視的な方法に比べて 4 点での接触力がより均等に計算されており，不静定問題をうまく解決できているといえる．

図 5，図 6，図 7 を比較すると，提案方法は衝突前半は巨視的な方法と，衝突後半の静止状態では微視的な方法と類似していることがわかる．つまり，提案方法では，微視的な方法では数値的に発散しがちな衝突現象は巨視的な方法のように扱い，巨視的な方法では不静定問題やチャタリングが生じる，接触状態が維持されている状態は微視的な方法のように扱っていると捉

えることができる．

4. おわりに

本稿では，接触拘束条件を緩和し，それにより生じる接触点のずれを速度次元で巨視的に補償することで，高速かつ安定に接触力を計算する剛体リンク系順動力学計算法を提案した．提案方法は，リンク数 n に対して $O(n)$ の計算量を実現した．また，新たな摩擦モデルを提案し微視的な方法では表現しにくい静止摩擦力を正確に表現した．シミュレーション結果から，数値的な発散による計算量増加やチャタリング，不静定問題などの数値的悪条件が緩和されたことが確認できた．

参考文献

- [1] K. H. Hunt and F. R. E. Crossley: “Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact” Journal of Applied Mechanics, vol.42, no.2, pp.440–445, 1975.
- [2] 長谷川 晶一，藤井伸旭，赤羽克仁，小池康晴，佐藤誠: “力覚インタラクションのための多面体の接触体積に基づく実時間剛体運動シミュレーション” 計測自動制御学会論文集, vol.40, no.2, 2004.
- [3] 黄潤權，近野敦，小笠原克久，猪平栄一，内山勝: “ヒューマノイドロボット高速動力学シミュレータの開発” 日本ロボット学会誌, vol.23, no.1, pp.113–123, jan 2005.
- [4] K. Yamane and Y. Nakamura: “Stable penalty-based model of frictional contacts”, Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, pp.1904–1909, may 2006.
- [5] P. Lötstedt: “Numerical Simulation of Time-Dependent Contact and Friction Problems in Rigid Body Mechanics” SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, vol.5, no.2, pp.370–393, 1984.
- [6] 藤本康孝，河村篤男: “床との衝突および摩擦を考慮した 2 足歩行ロボットの三次元運動シミュレーション” 日本ロボット学会誌, vol.15, no.6, pp.857–863, 1997-09-15.
- [7] D. Baraff: “Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies” SIGGRAPH Comput. Graph., vol.23, pp.223–232, July 1989.
- [8] 杉原知道，中村仁彦: “ミクロ・マクロ衝突モデルの融合によるリンク系順動力学接触力計算の数値的悪条件緩和” 日本ロボット学会誌, vol.26, no.7, pp.767–777, 2008.
- [9] Evangelos Kokkevis: “Practical Physics for Articulated Characters”, Game Developers Conference, 2004.
- [10] R. Featherstone: “Robot Dynamics Algorithm”, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1987.