

# 二脚ロボットの静立状態と連続跳躍を遷移する力学変容

## Dynamics Morphing for Transition of Standing and Continuous Hopping on Biped Control

○熱田洋史（阪大） 杉原知道（阪大）

Hiroshi Atsuta, Osaka University, hiroshi.atsuta@ams.eng.osaka-u.ac.jp

Tomomichi Sugihara, Osaka University, zhidao@ieee.org

This paper presents a biped control for transition of standing and continuous hopping. This is realized by the following controllers: (I) regulator to stabilize, (II) controller to converge a velocity when hopping off the ground, (III) controller to absorb the landing impact and (IV) transition of these controllers I, II and III depending on a command and the state of the robot. The advantage of the proposed is that a command to hop an arbitrary height can be given at random timing.

**Key Words:** Humanoid robot, Hopping control, Dynamics morphing, Nonlinear oscillator

### 1 はじめに

ヒューマノイドを含む脚型ロボットは、車輪型等の他の移動形態を持つロボットでは難しく、必ずしも移動に最適化されていないような複雑な地形でも高い機動性を潜在的に持っている可能性がある。特に浮遊状態を含む跳躍運動は、予測不可能な状況への対応や脚型ロボットの持つ潜在的な高機動性を引き出すために、環境との接触状態とそこに発生する反力を巧みに操作することによって可能になるといえる。

脚型ロボットの跳躍や走行の実現に関しては、これまでにいくつかの研究がなされている [1, 2, 3, 4, 5]。しかし、ヒューマノイドのような脚型ロボットが多数のリンクと関節から構成される大自由度系であることと運動に伴って力学的な拘束条件が不連続に変化することが考慮され、計画的な跳躍のみならず、転倒を防ぐ等の目的で即座に静立状態から跳躍への遷移が行えるような有効な制御法が提案されたとはいいがたい。また跳躍に限らず様々な作業を行うためには、バネやダンパといった機械要素を用いることによって制御性を犠牲にすることは好ましくない。

Sugihara[6] は力学変容と呼ばれる枠組みに基づいて、反力操作と支持状態の変形を大局的に設計することで、左右方向の立位制御や前後方向移動等をシームレスに統合する制御法を提案した。本稿では、足踏みに必要であった左右方向の重心の非線形振動を鉛直方向の周期運動に応用し、静立状態と任意の目標高さに到達する連続跳躍との間を自在に遷移する運動制御方法を提案する。これは次の4つの制御器によって可能になる。

- (I) 静立状態を維持するレギュレータ
- (II) ある目標高さに到達する速度に跳躍時に収束する制御器
- (III) 着地時に衝撃を吸収する制御器
- (IV) 指令値とロボット状態に基づく制御器 (I)(II)(III) の遷移

### 2 静立・跳躍・着地のための制御器設計

#### 2.1 質量集中モデルと運動方程式

Fig. 1 のように質量が重心に集中したモデルを考える。鉛直方向を  $z$  軸にとり、重心位置を  $z$  とする。重心は鉛直方向にしか運動せず、接地期においても浮遊期においても重心まわりにトルクは発生しないと仮定する。また  $z = d_z$  において離地し、目標跳躍高さを  $z_H$  とする。鉛直方向の重心の運動方程式は次のように表される。

$$\ddot{z} = \frac{f_z}{m} - g \quad (1)$$

ただし、 $f_z$  は垂直床反力、 $m$  はロボットの全質量、 $g \equiv 9.8[\text{m/s}^2]$  は重力加速度である。ここでは、ある垂直床反力  $f_z$  を生じさせるような全身の関節トルクを常に発生できるとする。式 (1) より、

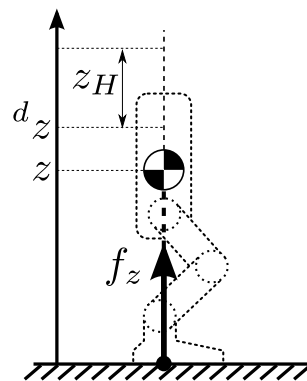


Fig.1: Mass concentrated model of a biped robot

垂直床反力  $f_z$  を操作することにより重心位置を制御できることがわかる。ただし引張力を発生できないことに起因する次のような制約がある。

$$f_z \geq 0 \quad (2)$$

特に  $f_z = 0$  は無接地状態を意味する。

次節以降、静立状態と連続跳躍を遷移するための制御入力  $f_z$  を考える。

#### 2.2 静立状態を維持するレギュレータ

まずロボットの静立状態を維持するための、参照位置  $d_z$  へのレギュレータを設計する。式 (2) の拘束条件を考慮して、制御入力  $f_z$  を次式のように定める。

$$f_z = \begin{cases} \bar{f}_z^1 & (S^11: \bar{f}_z^1 > 0 \text{ and } z \leq d_z) \\ 0 & (S^12: \bar{f}_z^1 \leq 0 \text{ or } z > d_z) \end{cases} \quad (3)$$

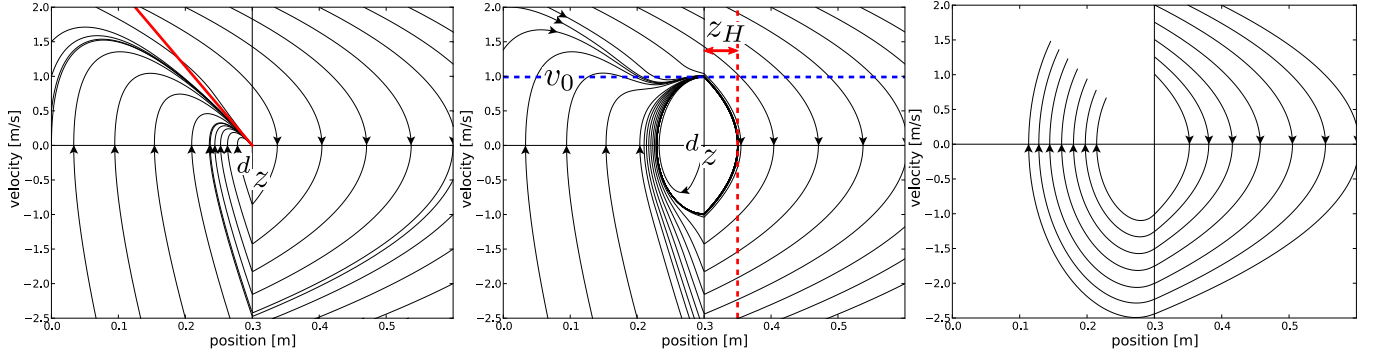
$$\bar{f}_z^1 = k_1(z - d_z) + k_2\dot{z} + mg \quad (4)$$

実際の垂直床反力が目標とする垂直床反力をよく実現するならば、重心のダイナミクスは次式で表される区分線形自律システムとなる。

$$\dot{z} = \begin{cases} \frac{k_1}{m}(z - d_z) + \frac{k_2}{m}\dot{z} & (S^11) \\ -g & (S^12) \end{cases} \quad (5)$$

このシステムにおける極を  $-\xi q_1$  および  $-\xi q_2$  に配置することによれば、 $k_1$  および  $k_2$  は次のように定めることができる。

$$k_1 = -m\xi^2 q_1 q_2, \quad k_2 = -m\xi(q_1 + q_2) \quad (6)$$



(a) Regulator

(b) Controller to hop continuously

(c) Controller to absorb the impact

**Fig.2:** Phase portraits of the system in the case of using each controllers. (a): Solid line represents the direction of the eigenvector of the regulator. (b): Horizontal dashed line represents  $v_0$ . Vertical dashed line represent the desired hopping height  $z_H$ .

ただし  $\xi \equiv \sqrt{g/d_z}$  は  $q_1$  および  $q_2$  を無次元化するためのパラメータである。

区分線形系 (5) に支配される重心の振る舞いは相図上の解曲線によって可視化される。Fig. 2(a) は  $d_z = 0.3$ ,  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$  に対する相図である。  $z < d_z$  かつ  $(z, \dot{z}) \cong (d_z, 0.0)$  の近傍において参照位置に漸近収束することがわかる。実線は制御器の固有ベクトルの方向を示す。また Fig. 2(a) に示される解曲線を時間発展に沿って迎るとわかるように、浮遊状態から着地する瞬間、すなわち  $z = 0.3$  [m] において解曲線が滑らかでないことが原因で衝撃力が発生することに留意されたい。

### 2.3 ある目標高さに到達する速度に跳躍時に収束する制御器

$z = d_z$  で離地し、高さ  $z_H$  を跳躍するためには、跳躍する直前の重心速度が  $\dot{z} = v_0 = \sqrt{2gz_H}$  であればよい。したがって離地する瞬間、すなわち  $z = d_z$  において重心速度を  $v_0$  に収束させる必要がある。これは線形制御の枠組みでは実現することができない。そこで式 (4) に非線形項を加え、次のように変更する。

$$f_z = \begin{cases} \tilde{f}_z^{\text{II}} & (\text{S}^{\text{II}}1: \tilde{f}_z^{\text{II}} > 0 \text{ and } z \leq d_z) \\ 0 & (\text{S}^{\text{II}}2: \tilde{f}_z^{\text{II}} \leq 0 \text{ or } z > d_z) \end{cases} \quad (7)$$

$$\tilde{f}_z^{\text{II}} = -m\xi^2 q_1 q_2 (z - d_z) - m\xi(q_1 + q_2)c^{\text{II}}(z, \dot{z})\dot{z} + mg \quad (8)$$

$$c^{\text{II}}(z, \dot{z}) \equiv 1 - \rho \exp \left[ 1 - \gamma \left\{ (z - d_z)^2 + \frac{\dot{z}^2}{\xi^2 q_1 q_2} \right\} \right] \quad (9)$$

ただし、 $\rho (\geq 0)$ ,  $\gamma (> 0)$  は制御パラメータである。 $\rho = 0$  とすれば式 (3) のレギュレータに一致することに注意されたい。また  $\rho = 1$  とすると、相空間上に次のリミットサイクルが発現する。

$$(z - d_z)^2 + \frac{\dot{z}^2}{\xi^2 q_1 q_2} = \frac{1}{\gamma} \quad (10)$$

重心がこのリミットサイクルに収束しているならば、接地期  $z < d_z$  から  $z = d_z$  に到達したときの速度は  $\xi \sqrt{\frac{q_1 q_2}{\gamma}}$  となる。したがってこの速度を  $v_0$  にするためには、

$$\gamma = \frac{\xi^2 q_1 q_2}{v_0^2} \equiv \gamma_0 \quad (11)$$

とすればよい。 $\gamma = \gamma_0$  として式 (7) の制御入力を与えたときの重心のダイナミクスは次の区分自律系で表される。

$$\ddot{z} = \begin{cases} -\xi(q_1 + q_2)c^{\text{II}}(z, \dot{z})\dot{z} - \xi^2 q_1 q_2 (z - d_z) & (\text{S}^{\text{II}}1) \\ -g & (\text{S}^{\text{II}}2) \end{cases} \quad (12)$$

$d_z = 0.3$ ,  $z_H = 0.05$ ,  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$ ,  $\rho = 1.0$  に対する式 (12) の解曲線群を相図上にプロットしたものが Fig. 2(b) である。 $z = d_z + z_H = 0.035$  [m] および  $\dot{z} = v_0 \approx 0.99$  [m/s] の直線をそれぞれ破線としてプロットしている。時間発展に沿って解曲線をたどると、接地期  $z < d_z$  から  $z = d_z$  に到達したときに  $\dot{z} = v_0$  に収束していることがわかる。またその後浮遊期に移行し、 $\dot{z} = 0$  において  $z = d_z + z_H$  となっていることがわかる。したがって、この制御器にしたがって実際の垂直床反力を実現することができれば、安定して目標跳躍高さ  $d_z$  だけ跳躍できる。

### 2.4 着地時に衝撃を吸収する制御器

$z = d_z$  において着地すると仮定し、着地した瞬間の重心速度を  $v_p$  とする。着地時に衝撃が発生するのは、着地した瞬間に重心にかかる加速度が大きく変化するためである。着地する直前の加速度は  $\ddot{z} = -g$  であることがわかっているため、着地した後も重心にかかる加速度を連続に変化させるような制御器を設計する。また連続跳躍につなげるためには、前節で設計した制御器に連続的に接続できることが望ましい。そこで制御入力としては式 (7) を使い、 $z = d_z$  において  $\dot{z} = v_p$ ,  $\ddot{z} = -g$  となるような制御パラメータ  $\gamma$  の条件について考える。 $z = d_z$ ,  $\dot{z} = v_p$  における加速度  $\ddot{z}$  が  $-g$  に一致するとき、次式が成り立つ。

$$-\xi(q_1 + q_2) \left\{ 1 - \exp \left( 1 - \frac{\gamma v_p^2}{\xi^2 q_1 q_2} \right) \right\} v_p = -g \quad (13)$$

ただし、 $\rho = 1$  とした。これを  $\gamma$  について解くと次式のように求められる。

$$\gamma = \frac{\xi^2 q_1 q_2}{v_p^2} \left[ 1 - \log \left\{ 1 - \frac{g}{\xi(q_1 + q_2)v_p} \right\} \right] \equiv \gamma_p \quad (14)$$

したがって、着地時の衝撃を吸収するための制御器は次式のようにになる。

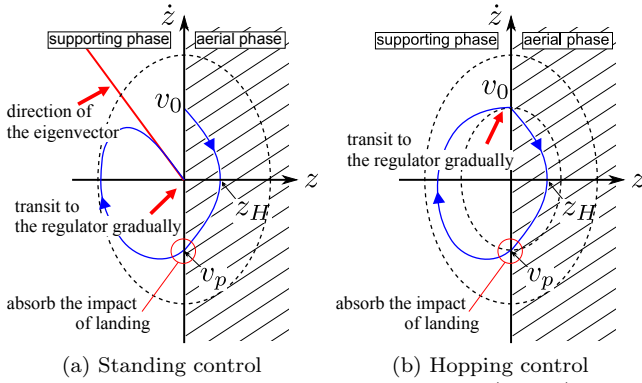
$$f_z = \begin{cases} \tilde{f}_z^{\text{III}} & (\text{S}^{\text{III}}1: \tilde{f}_z^{\text{III}} > 0 \text{ and } z \leq d_z) \\ 0 & (\text{S}^{\text{III}}2: \tilde{f}_z^{\text{III}} \leq 0 \text{ or } z > d_z) \end{cases} \quad (15)$$

$$\tilde{f}_z^{\text{III}} = -m\xi^2 q_1 q_2 (z - d_z) - m\xi(q_1 + q_2)c^{\text{III}}(z, \dot{z})\dot{z} + mg \quad (16)$$

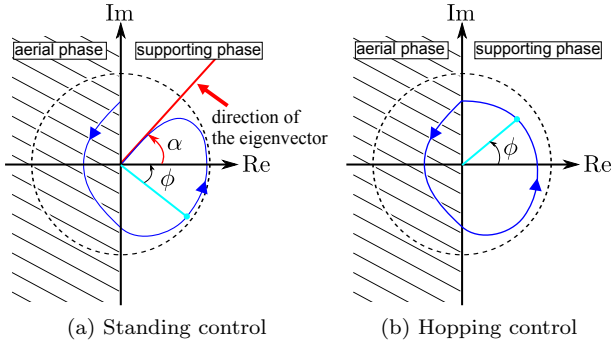
$$c^{\text{III}}(z, \dot{z}) \equiv 1 - \rho \exp \left[ 1 - \gamma_p \left\{ (z - d_z)^2 + \frac{\dot{z}^2}{\xi^2 q_1 q_2} \right\} \right] \quad (17)$$

式 (15) の制御入力を与えたときの重心のダイナミクスは次の区分自律系で表される。

$$\ddot{z} = \begin{cases} -\xi(q_1 + q_2)c^{\text{III}}(z, \dot{z})\dot{z} - \xi^2 q_1 q_2 (z - d_z) & (\text{S}^{\text{III}}1) \\ -g & (\text{S}^{\text{III}}2) \end{cases} \quad (18)$$



**Fig.3:** Trajectories of the center of mass (COM) in the phase space. In the standing control as well as the hopping control, the controllers need to be designed to absorb the impact of landing.



**Fig.4:** Trajectories of the complex number  $p_G$  on the complex plane.  $\phi$  is the argument of  $p_G$ .  $\alpha$  is the angle between the real axis and the direction of the eigenvector.

Fig. 2(c) は  $d_z = 0.3$ ,  $z_H = 0.05$ ,  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$ ,  $\rho = 1.0$  に対する式 (18) の解曲線の一部を示す。着地時においても解曲線が滑らかに接続され、着地時すなわち  $z = d_z$  における衝撃をなくすことができていることがわかる。

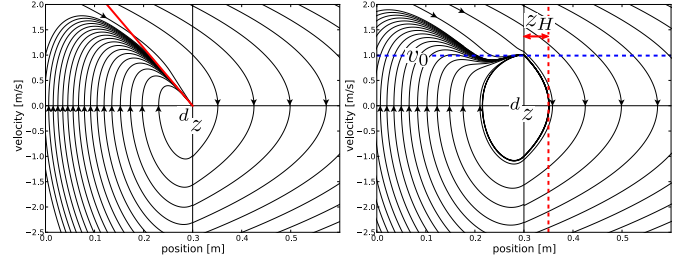
### 3 指令値とロボット状態に基づく制御器の遷移

式 (3)(7)(15) によってそれぞれ定義される制御器 (I)(II)(III) は、互いに制御パラメータ  $\rho$  および  $\gamma$  によって連続的に変化させることができる。そこで静立状態と連続跳躍を遷移させる制御器を構成するために、指令値とロボットの状態に基づいて制御器 (I)(II)(III) を連続的に変容させる。具体的には、

- $z_H = 0$ , すなわち静立状態に収束させる場合  
着地する瞬間において  $\rho = 1$  かつ  $\gamma = \gamma_p$  とし、静立状態に至るまでに  $\rho = 1 \rightarrow 0$  とする。
- $z_H > 0$ , すなわち連続跳躍をさせる場合  
着地する瞬間において  $\rho = 1$  かつ  $\gamma = \gamma_p$  とし、次に跳躍するまでに  $\gamma = \gamma_p \rightarrow \gamma_0$  とする。

静立状態に収束させる場合には Fig. 3(a) のような軌道を描く力学系を、連続跳躍させる場合には Fig. 3(b) のような軌道を描く力学系をそれぞれ構成できればよい。 $\rho$  および  $\gamma$  の具体的な関数の形について考える前に、接地期における重心の位相を定義する。次の複素数  $p_G$  を考えよう。

$$p_G = -(z - d_z) + \frac{\dot{z}}{\xi\sqrt{q_1 q_2}} i \quad (19)$$



(a) Landing to standing (b) Landing to hopping  
**Fig.5:** Phase portraits of the system. (a): Solid line represents the direction of the eigenvector of the regulator. (b): Horizontal dashed line represents  $v_0$ . Vertical dashed line represent the desired hopping height  $z_H$ .

ただし  $i$  は虚数単位である。Fig. 3(a) のような軌道を描く場合において、複素数  $p_G$  が複素平面上に描く軌跡は Fig. 4(a) のようになる。ただし Fig. 4(a) 中の  $\alpha$  は制御器 (I) の固有ベクトルの向きが実軸となす角を表す。複素数  $p_G$  の偏角を  $\phi$  とすると、ロボットは  $\phi = -\frac{\pi}{2}$  において着地し、 $\phi = \alpha$  において参照位置に安定化される。したがって着地から静立状態に移るためには  $\phi = -\frac{\pi}{2}$  において  $\rho = 1$ ,  $\phi = \alpha$  において  $\rho = 0$  とすればよい。一方、Fig. 3(b) のような軌道を描く場合において、複素数  $p_G$  が複素平面上に描く軌跡は Fig. 4(b) のようになる。この場合は、複素数  $p_G$  の偏角  $\phi$  が  $\frac{\pi}{2}$  に近づくにつれて  $\gamma$  を  $\gamma = \gamma_p$  から  $\gamma = \gamma_0$  まで変化させればよい。

以上述べたことを踏まえ、指令値  $z_H$  および位相情報  $\phi$  の関数として  $\rho$  および  $\gamma$  をそれぞれ次式のように定義する。

- 指令値として  $z_H = 0$  を与えた場合

$$\rho(\phi) = \begin{cases} 1 & (\phi < -\frac{\pi}{2}) \\ \frac{\alpha - \phi}{\alpha + \pi/2} & (-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \alpha) \\ 0 & (\alpha < \phi) \end{cases}, \quad \gamma = \gamma_p \quad (20)$$

- 指令値として  $z_H > 0$  を与えた場合

$$\rho = 1, \quad \gamma(\phi) = \begin{cases} \gamma_p & (\phi < 0) \\ \gamma_0 & (0 < \phi) \end{cases} \quad (21)$$

式 (20)(21) を用いた場合の  $d_z = 0.3$ ,  $z_H = 0.05$ ,  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$  に対する相図を Fig. 5(a) と Fig. 5(b) に示す。ただし指令値  $z_H$  はそれぞれ  $z_H = 0$  および  $z_H = 0.05$  とした。いずれの場合も着地時における衝撃をなくし、静立状態あるいは跳躍に移ることができることがわかる。

### 4 シミュレーション

小型人型ロボット mighty[7] を想定し、前節までに述べた制御器の有効性をシミュレーションで確認した。簡単のため全質量が重心に集中しているモデルを用いた。

まず、静立状態から連続跳躍に移り、再び静立状態に戻すというシミュレーションを行った。初期状態において  $z = 0.292593$  [m],  $\dot{z} = 0.0$  [m/s],  $d_z = 0.292593$  [m],  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$  として、目標高さを  $z_H = 0.0$  [m] から  $z_H = 0.05$  [m] に変更し、再び  $z_H = 0.0$  に戻す操作を行った。動画スナップショットを Fig. 6 に、重心の位置、速度、加速度を Fig. 7(a), (b), (c) に、それぞれ示す。Fig. 7(b) より跳躍する瞬間に重心速度を  $v_0$  に収束させることができているために、Fig. 7(a) のように目標高さを跳べていることがわかる。また静立状態から連続跳躍への遷移あるいはその逆の遷移ができていることも確認できる。

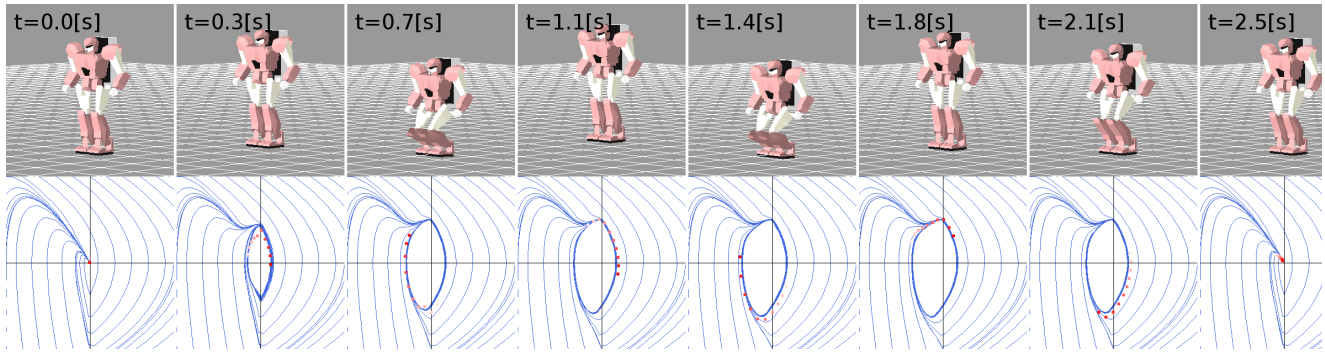
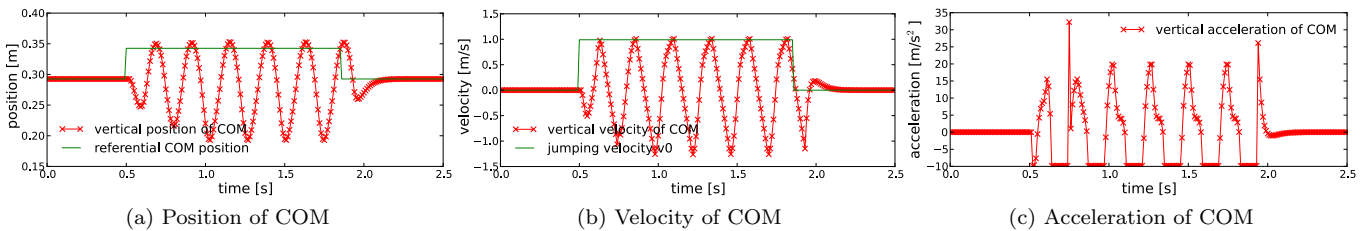


Fig.6: Snapshots of the simulation

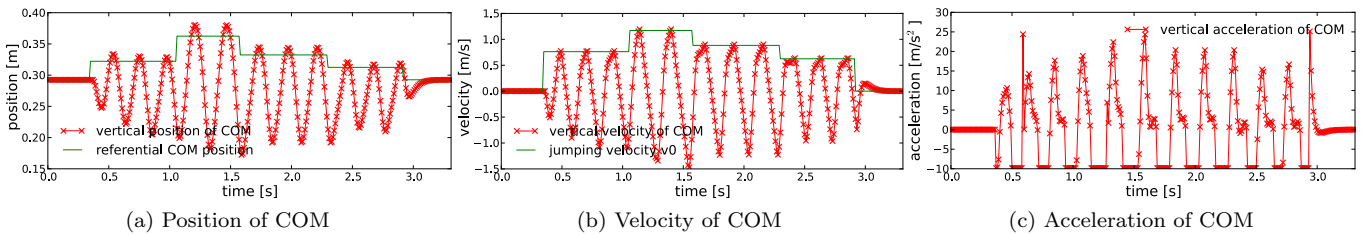


(a) Position of COM

(b) Velocity of COM

(c) Acceleration of COM

Fig.7: Results of the simulation. The desired hopping height was set to  $z_H = 0.05$ [m].



(a) Position of COM

(b) Velocity of COM

(c) Acceleration of COM

Fig.8: Results of the simulation. The desired hopping height was randomly set to  $z_H = 0.0 \sim 0.06$ [m].

次に、静立状態から連続跳躍に遷移させ、目標高さを無作為に変更し、再び静立状態に戻すというシミュレーションを行った。初期状態において  $z = 0.292593$ [m],  $\dot{z} = 0.0$ [m/s],  ${}^d z = 0.292593$ [m],  $q_1 = 2.0$ ,  $q_2 = 3.0$  として、目標高さを  $z_H = 0.0 \sim 0.06$ [m] で無作為に変更し、再び  $z_H = 0.0$ [m] に戻す操作を行った。このときの重心の位置、速度、加速度を Fig. 8(a), (b), (c) に示す。跳躍中において目標高さを無作為に変更したにもかかわらず、それに追従して跳躍高さが変化していることがわかる。

## 5 おわりに

質量集中モデルに基づく二脚ロボットの静立状態と連続跳躍を自在に遷移可能な運動制御法を提案した。ロボットに任意のタイミングで目標跳躍高さを与えることによって、それに追従して跳躍高さを変更したり静立状態から跳躍状態、あるいは跳躍状態から静立状態へ遷移することが可能となった。またこの手法は運動を安定してロボットに行うことができ、複雑な制御パラメータの設定を必要としないという利点も持つ。

## 参考文献

- [1] 松岡清利. 反復跳躍運動の機械モデル. バイオメカニクス, Vol. 5, pp. 251–258, 1980.
- [2] M. Raibert. *Legged Robots That Balance*. MIT Press, 1985.
- [3] S.-H. Hyon and T. Mita. Development of a Biologically Inspired Hopping Robot – “Kenken”. In *Proceedings of*

*the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 3984–3991, 2002.

- [4] K. Nagasaka, Y. Kuroki, S. Suzuki, Y. Itoh, and J. Yamaguchi. Integrated Motion Control for Walking, Jumping and Running on a Small Bipedal Entertainment Robot. In *Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Robotics and Automation*, Vol. 4, pp. 3189–3194, 2004.
- [5] H. P. Evan, A. D. Monica, and P. F. Daniel. Resonant hopping of a robot concontrol by an artificial neural oscillator. *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 3, No. 2, p. 026001, 2008.
- [6] T. Sugihara. Biped control to follow arbitrary referential longitudinal velocity based on dynamics morphing. In *Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1892–1897, 2012.
- [7] T. Sugihara, K. Yamamoto, and Y. Nakamura. Hardware design of high performance miniature anthropomorphic robots. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 56, No. 1, pp. 82 – 94, 2008.