

干渉立体形状に基づいた接触面速度拘束条件による接触力計算

脇坂尚樹 (阪大) 杉原知道 (阪大)

1. はじめに

ロボットなどの剛体リンクとそれらをつなぐ関節でモデル化されるシステムの動力学シミュレーションでは、安定に接触力を計算できることが重要な要素の一つである。これまでに提案されている接触力計算方法は、接触を点で考え各点に加わる力を計算することが多い。接触力計算では、接触しているリンク間の状態から接触点と抗力の方向を決める必要があるが、点に基づく接触力計算では辺同士の接触など接触点と抗力方向を決めることが困難な状況が発生する。そういった状況を考慮しない方法 [1] では、辺同士がすり抜けてしまい、考慮する方法 [2, 3, 4] でも状況に応じて経験的に接触点と抗力方向を決定しなければならない。

それに対して、接触しているリンク間の共通立体形状を基に接触力を計算する方法 [5] が提案されている。この方法では、立体形状各面の法線方向から抗力方向を決める。さらに、立体形状内に仮定した接触面上の分布力の合力として接触力を表現することで、点接触における問題を解消している。しかし、接触力計算に接触面に分布したバネ・ダンパ力として接触力をモデル化する微視的接触モデルを用いている。微視的モデルは、硬い物体同士の接触の場合積分時間幅を小さくしなければならず計算量が増えがちである。また、安定に計算ができる係数の決定が難しい問題がある。

そこで本研究では、干渉立体形状に基づいて接触面に速度拘束条件を仮定し、作用する分布接触力の合力積を逆算する方法を提案する。速度拘束条件から接触力を逆算する方法は、点接触において巨視的接触モデル [1, 2, 4] として知られており、微視的モデルよりも、(i) 積分時間幅を大きく取れる、(ii) 硬い物体同士の接触でも安定に計算ができる (iii) 係数調整が容易であるという利点がある。提案方法では、立体接触の利点を損なうことなく巨視的モデルの良さを取り入れる。

2. 干渉立体に基づく接触拘束条件

2.1 干渉立体と抗力方向計算

リンク形状は凸多面体であると仮定する。干渉している凸多面体の共通立体形状は、Hasegawa ら [5] と同様に GJK 法 [6] と Muller-Preparata の方法 [7] を利用することで高速に計算する。また、干渉立体形状に基づいた抗力方向計算も同様の方法を利用する。リンク L_A, L_B が干渉しているとする。干渉立体 C_i の各面 \mathcal{P}_j について、その面が元々どちらのリンク形状の面であったかを

$$\text{sgn}(\mathcal{P}_j) = \begin{cases} -1 & (\mathcal{P}_j \in L_A) \\ 1 & (\mathcal{P}_j \in L_B) \end{cases} \quad (1)$$

と表すこととする。これを用いて抗力方向 \mathbf{n}_i を次のように計算する。

$$\mathbf{n}_i = \text{norm} \left(\sum_j (\text{sgn}(\mathcal{P}_j) S_j \mathbf{n}_j) \right) \quad (2)$$

ただし、 S_j, \mathbf{n}_j はそれぞれ面 \mathcal{P}_j の面積と単位法線ベクトルであり、 $\text{norm}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|}$ とする。

2.2 干渉立体における速度拘束条件

本方法では、干渉立体内に接触面を仮定する。接触面法線方向は式 (2) で計算した抗力方向とし、接触面は干渉立体形状の重心 \mathbf{p}_{ig} を通るものとする。これは、それぞれの物体が同じ程度の硬さを持ち、干渉立体形状の重心を通る面が実際にそれぞれの物体が同程度変形したときに成す接触面と近いとの想定による。

接触面上のすべての点について、点接触における巨視的接触モデルの一つである Wakisaka らの方法 [1] と同様の拘束条件を考える。接触面上のある点 \mathbf{p}_k について、その拘束条件は次のように表される。

$$\mathbf{v}_{k+} = k_i h_k \mathbf{n}_i \quad (3)$$

ただし、 \mathbf{v}_{k+} は微小時間 Δt 後の接触点推定相対速度、 $h_k (\geq 0)$ は抗力方向深さで \mathbf{p}_k から干渉立体面までの距離、 k_i は補償係数とする。剛体は 6 自由度しか持たないため、拘束条件 (3) が接触面上のすべての点について同時に満たされることはない。そこで、拘束条件の誤差二乗和を最小とする最適化問題に帰着する。

$$\sum_k \frac{1}{2} \|\mathbf{v}_{k+} - k_i h_k \mathbf{n}_i\|^2 \rightarrow \min. \quad (4)$$

それぞれのリンクに固定された座標系を Σ_A, Σ_B 、慣性座標系を Σ_O とする。リンク座標系原点速度をそれぞれ $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_B$ 、角速度をそれぞれ $\boldsymbol{\omega}_A, \boldsymbol{\omega}_B$ とすると、点 \mathbf{p}_k での相対速度 \mathbf{v}_k は次のように表すことができる。

$$\mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -[\mathbf{p}_k \times] \end{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{AB,O} \quad (5)$$

ただし、 $[\mathbf{p}_k \times]$ は外積行列であり、

$$\hat{\mathbf{v}}_{AB,O} = \hat{\mathbf{v}}_{A,O} - \hat{\mathbf{v}}_{B,O} \quad (6)$$

とする。 $\hat{\mathbf{v}}_{*,O} \in \mathbb{R}^6$ は座標系 Σ_* 原点の速度・角速度を慣性座標系 Σ_O 原点へ変換したもので、

$$\hat{\mathbf{v}}_{*,O} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & [\mathbf{p}_{*,O} \times] \\ \mathbf{O} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_* \\ \boldsymbol{\omega}_* \end{bmatrix} \quad (7)$$

と表される。ただし、 $\mathbf{p}_{*,O}$ は座標系 Σ_O からみた座標系 Σ_* 原点位置である。式 (4) へ代入して整理すると次式が得られる。

$$\frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}_{AB,O+}^T \mathbf{Q}_i \hat{\mathbf{v}}_{AB,O+} - k_i \mathbf{n}_i^T \mathbf{c}_i \hat{\mathbf{v}}_{AB,O+} \rightarrow \min. \quad (8)$$

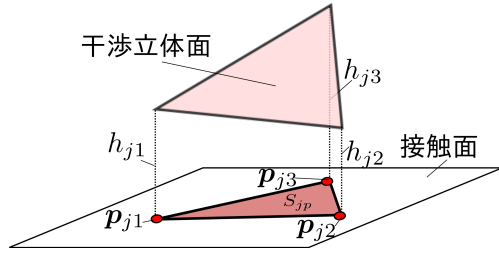


図1 各干渉立体面における拘束条件積分

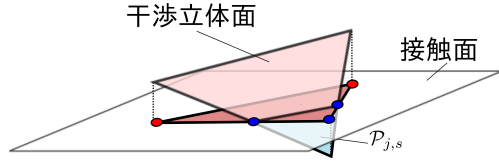


図2 接触面を貫く干渉立体面における拘束条件積分

$$Q_i = \sum_k \begin{bmatrix} 1 & -[p_k \times] \\ [p_k \times] & -[p_k \times]^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$c_i = \sum_k h_k \begin{bmatrix} 1 & -[p_k \times] \end{bmatrix} \quad (10)$$

接触面上各点の速度の代わりに、干渉しているリンク間の相対速度 $\hat{v}_{AB,O+}$ の拘束条件としてまとめることができる。さらに、 Q_i, c_i については、干渉立体各面について積分することで図1に示す頂点の接触面射影点 p_{j*} と距離 h_{j*} を用いて次のように計算できる。

$$Q_i = \sum_j S_{j_p} \begin{bmatrix} 1 & -[p_{j_{123}} \times] \\ [p_{j_{123}} \times] & -\frac{[p_{j_{12}} \times]^2 + [p_{j_{23}} \times]^2 + [p_{j_{31}} \times]^2}{3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$c_i = \sum_j S_{j_p} \begin{bmatrix} h_{j_{123}} \mathbf{1} & -\frac{h_{j_{12}} [p_{j_{12}} \times] + h_{j_{23}} [p_{j_{23}} \times] + h_{j_{31}} [p_{j_{31}} \times]}{3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} p_{j_{123}} &= \frac{p_{j_1} + p_{j_2} + p_{j_3}}{3}, & p_{j_{ab}} &= \frac{p_{j_a} + p_{j_b}}{2} \\ h_{j_{123}} &= \frac{h_{j_1} + h_{j_2} + h_{j_3}}{3}, & h_{j_{ab}} &= \frac{h_{j_a} + h_{j_b}}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

、 S_{j_p} を射影された三角形の面積とする。しかし、図2のように干渉立体面が接触面と交わる場合、 h_k の符号が反転してしまうため、図2中三角形 $P_{j,s}$ の部分に対して同様に式(11)、式(12)を用いて計算した $Q_{j,s}, c_{j,s}$ の2倍をもとの Q_j, c_j に加えることで補正する。

式(11)、式(12)より、一つの干渉立体について、干渉立体の頂点数に対して線形の計算量でリンク間相対速度拘束条件(8)を計算することができる。

2.3 接触拘束条件

接触力は、速度拘束条件を満たすように接触面上に分布力として作用すると考える。その合力を慣性座標系原点を作用点と変換した力を $\hat{f}_i \in \mathbb{R}^6$ とし、速度拘束

条件に基づいてその力積を計算する。干渉立体数を m とし、すべての接触力をまとめたベクトルを $\hat{f} \in \mathbb{R}^{6m}$ 、干渉しているリンク間の慣性座標系原点における相対加速度を $\hat{a}_{i,O} \in \mathbb{R}^6$ 、すべての干渉立体でまとめたベクトルを $\hat{a} \in \mathbb{R}^{6m}$ とする。 \hat{f} と \hat{a} は次のような線形の関係で表される。

$$\hat{a} = A\hat{f} + \hat{a}_0 \quad (14)$$

式(14)はWakisakaらと同様の方法で、順道力学計算であるABI法[8]を用いることで次元数に対して線形な計算量で導くことができる。逆慣性行列 A 、パイアス加速度 \hat{a}_0 の時間変化が小さいと仮定すると、式(14)を時間幅 Δt で陽的Euler差分を取ることで Δt 後の相対速度が次のように推定できる。

$$\hat{v}_+ = A\Delta\hat{f} + b, \quad b = a_0\Delta t + \hat{v}_- \quad (15)$$

ただし、 $\hat{v}_-, \hat{v}_+ \in \mathbb{R}^{6m}$ は各干渉立体をなすリンク間の Δt 前後相対速度についてまとめたベクトルであり、 $\Delta\hat{f}$ は接触力 \hat{f} による力積である。

各干渉立体における速度拘束条件をまとめ、式(15)を代入すると最終的に次のような二次計画問題となる。

$$\frac{1}{2}\Delta\hat{f}^T A^T Q A \Delta\hat{f} + (b^T Q + K n^T c) A \Delta\hat{f} \rightarrow \min. \quad (16)$$

ただし、 $Q = \text{Diag}(Q_i)$ 、 $c = \text{Diag}(c_i)$ 、 $K = \text{Diag}(k_i \mathbf{1})$ 、 $n = \text{Col}(n_i)$ とする。 $\text{Diag}(X_i)$ は X_i を対角成分、他の成分を O とする区分行列、 $\text{Col}(X_i)$ は X_i を縦に並べたベクトルもしくは行列である。接触拘束条件(16)を解くことですべての干渉立体に作用する6軸接触力が計算できる。

3. 制約条件と反復計算による接触力計算

3.1 6軸接触力に対する制約条件

理想的に接触部を拘束する条件は式(16)であるが、接触力にはいくつかの制約条件が課される。接触力は接触面に作用する分布力であり、接触面上のそれぞれの点で3軸並進力が作用していると考えられる。垂直抗力が非負であることから以下の制約条件を満たさなければならない。接触面上の接触力の合力を $f_i \in \mathbb{R}^3$ 、合力の作用点を $r_i \in \mathbb{R}^3$ とする。

1. 垂直抗力非負条件

$$n_i^T f_i \geq 0 \quad (17)$$

2. 合力作用点の位置条件

$$r_i \in S_i \quad (18)$$

ただし、 S_i は干渉立体 C_i を接触面で切断した断面である。さらに、作用点は接触面上でなければならないので次式も満たす必要がある。

$$n_i^T (r_i - p_{ig}) = 0 \quad (19)$$

3. 慣性座標系原点を作用点とする6軸力 \hat{f}_i 条件

$$\hat{f}_i = \begin{bmatrix} f_i \\ r_i \times f_i \end{bmatrix} \quad (20)$$

と表されなければならない。

4. 摩擦条件

$$\|f_{i_f}\| \leq \mu_{i_s} \|f_{i_n}\| \quad (21)$$

ただし, f_{i_n}, f_{i_f} はそれぞれ f_i の垂直抗力成分, 摩擦成分, μ_{i_s} は静止摩擦係数である。

これらの制約条件は \hat{f}_i にとってはほとんどが非線形であり直接は扱いづらい。ところが, f, r にとっては摩擦条件を除き線形であることが分かる。そこで本方法では, 直接 f_i を計算せず, f と r の計算を分離し反復計算することで接触力を計算する。

3.2 反復計算による接触力・作用点計算

まず, 初期作用点から接触力 f_i を計算する。すべての干渉立体について3軸接触合力をまとめたベクトルを $f \in \mathbb{R}^{3m}$ とすると, 拘束条件 (16) は次のようにまとめることができる。

$$\frac{1}{2} \Delta f^T J^T A^T Q A J \Delta f + \frac{1}{2} \lambda \Delta f^T \Delta f + (b^T Q + K n^T c) A J \Delta f \rightarrow \min. \quad (22)$$

ただし,

$$J = \text{Col}(J_i), \quad J_i = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ [r_i \times] \end{bmatrix} \quad (23)$$

とする。最適化問題 (22) 第二項は Wakisaka らの方法でも用いられている拘束条件の緩和項である。拘束条件を緩和することで, 計算誤差に起因する複数の干渉立体間における接触力の不自然な偏りを抑制することができる。最適化問題 (22) を垂直抗力非負条件 (17) の下で解くことで f を計算する。摩擦条件は f_i について非線形制約条件であり直接は扱いづらい。Wakisaka ら [1] や他の多くの接触力計算方法において, 摩擦条件は拘束条件を解いた後で補正する方法を用いており, 十分精度の良い計算ができています。本方法でも同様に摩擦条件は最適化問題 (22) を解いた後に補正する。

続いて計算された f_i を基に作用点 r_i を計算する。作用点は接触面上に存在する。そこで, 法線ベクトル n_i に対して右手系となるように単位方向ベクトル e_{i1}, e_{i2} をとり, 作用点 r_i のそれぞれの方向軸に沿った変位を $\theta_i = [\theta_{i1} \ \theta_{i2}]^T$ とする。干渉立体の重心 p_{ig} を変位の原点とすると, r_i は次のように表される。

$$r_i = p_{ig} + \theta_{i1} e_{i1} + \theta_{i2} e_{i2} \quad (24)$$

したがって, 6軸接触力の力積は次のように表される。

$$\Delta f_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ e_{i1} \times \Delta f_i & e_{i2} \times \Delta f_i \end{bmatrix} \theta_i + \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ p_{ig} \times \Delta f_i \end{bmatrix} = D_i \theta_i + d_i \quad (25)$$

式 (25) を拘束条件式 (16) へ代入することで次の二次計画問題が得られる。

$$\frac{1}{2} \theta^T D^T A^T Q A D \theta + ((b + d)^T Q + K n^T c) A D \theta \rightarrow \min. \quad (26)$$

ただし, $\theta = \text{Col}(\theta_i), D = \text{Col}(D_i), d = \text{Col}(d_i)$ とする。また, 干渉立体は凸多面体なので接触面での断面 S_i は凸多角形となる。そのため, 制約条件式 (18) は次のように θ_i について線形に表すことができる。

$$\begin{bmatrix} n_{i,k}^T e_{i1} & n_{i,k}^T e_{i2} \end{bmatrix} \theta_i \geq n_{i,k}^T (p_{i,k} - p_{ig}) \quad (27)$$

ただし, $n_{i,k}$ は断面 S_i を構成する k 番目の辺に対して断面形状の内側を向いた方向ベクトルであり, その辺を構成する頂点の一つを $p_{i,k}$ とする。線形制約条件 (27) の下で二次計画問題 (26) を解くことで接触力合力の作用点を計算することができる。

3.3 実装

下に提案方法の計算フローをまとめる。

1. リンク間接触判定
2. MP 法による干渉立体計算と式 (2) による抗力方向計算
3. 干渉立体に基づき式 (9), 式 (10) より Q_i, c_i を計算
4. ABI 法を用いて式 (14) における逆慣性行列 A , バイアス加速度 a_0 を計算
5. 作用点 r_i の初期値を干渉立体の重心 p_{ig} に設定
6. 式 (22) に基づき初期接触力 f_i を計算し摩擦条件に基づき補正
7. 式 (26) に基づき作用点 r_i を更新
8. 式 (22) に基づき接触力 f_i を更新し摩擦条件に基づき補正
9. 接触力, 作用点が収束, もしくは一定回数以上反復した場合 10 へ, それ以外は 7 へ戻り再計算。
10. 得られた接触力に基づき各リンク加速度を計算
11. 各リンクの位置・姿勢, 速度・角速度を更新

4. シミュレーション

提案方法についてシミュレーションを行い評価する。実装は C 言語で行い, 計算機は CPU が Intel(R) Core(TM) i7-2720QM 2.20 [GHz] でメモリが 8 [GB] のコンピュータを用いた。また, 数値積分は全て Runge-Kutta-Gill 法を用い, 積分時間幅 $\Delta t = 1$ [ms] とした。本報告では次章で述べる問題により干渉立体形状計算に MP 法を用いず, すべての辺と面の交点を調べる方法を用いた。また, 実装上の都合により頂点と面の接触しか扱わない方法のみと比較を行う。

4.1 辺接触に対する安定性

1 辺 0.1[m], 質量 0.5[kg] の箱を, x, y 軸に -15 [deg] 傾けて 0.4[m] の高さから落下させるシミュレーションを行った。点接触による接触力計算方法 [1] と提案方法についてスナップショットをそれぞれ図 3, 図 4 に示す。Wakisaka らの方法では辺がすり抜けてしまっているが, 提案方法では, 辺同士の接触に対しても安定に接触力計算が行えていることが確認できる。

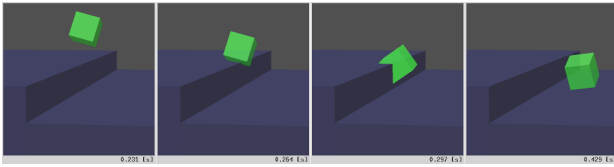


図3 辺接触を含む地面との衝突 点接触 [1]

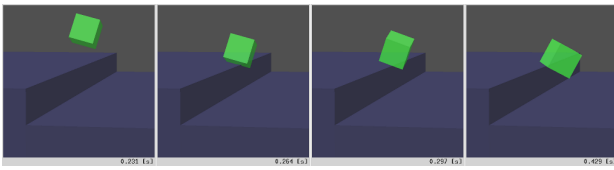


図4 辺接触を含む地面との衝突 提案方法

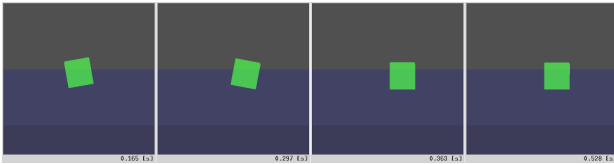


図5 地面との衝突 点接触 [1]

4.2 接触力・作用点

前項と同じ箱を x 軸方向に $15[\text{deg}]$ 回転させ高さ $0.2[\text{m}]$ から水平な地面に落下させるシミュレーションを行った。図5, 図6にそれぞれ点接触による接触力計算方法と提案方法のスナップショットを示す。提案方法は、点接触による巨視的接触モデルと定性的に同様の結果が得られていることが確認でき、新しく提案した干渉立体形状に基づく拘束条件は妥当であると言える。

また、図7に計算された垂直抗力の合力を、図8に y 方向の合力作用点位置を示す。接触力の合力はそれぞれの方法で同じ様な結果が得られているが、作用点に違いがある。提案方法は点接触による方法と比べ、衝突後から作用点の移動が遅い。これは、スナップショット1枚目から2枚目へ移行する、すなわち接触部分が紙面左方向から右方向へ移動するとき、点接触の場合左側の接触点が消えた途端に作用点が右端へ移動するが、提案方法では接触面上をなめらかに移動するためである。また、提案方法では接触面での分布力を考えているため、静止する直前の作用点の振動も点接触と比べて穏やかとなっている。

5. おわりに

本研究では、リンク間の干渉立体に基づいた速度拘束条件を用いた新しい巨視的な接触力計算方法を提案した。また、シミュレーションによって点接触での接触力計算では経験的に決定していた辺同士の接触時の抗力方向計算が干渉立体に基づき計算できることを確認した。さらに、接触力と作用点について点接触での方法と比較することで、提案方法の特徴を示した。

また、提案方法は一つの干渉立体ないの接触点数が多いほど、点接触による接触力計算と比べて拘束条件の次元が少なくなる。二次計画問題を解く際の計算量が次元の3乗に比例するため、拘束条件の次元が少なくなることで大幅な計算量の低減が期待できる。

しかし、前章で述べたように本方法には干渉立体計算について問題がある。GJK法とMP法による干渉立

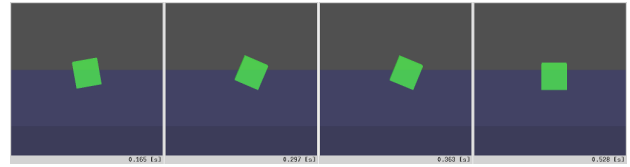


図6 地面との衝突 提案方法

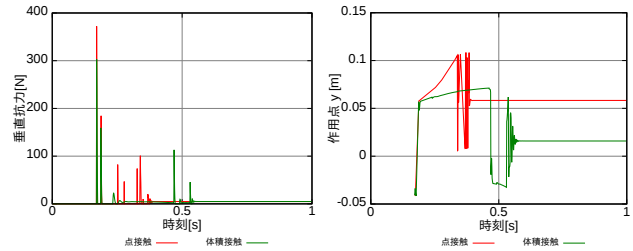


図7 地面との衝突 接触力 図8 地面との衝突 作用点

体計算は、微小な干渉に対して数値誤差に弱く、稀にうまく干渉立体が計算されないことがある。本稿では、面と辺の総当たり計算によって干渉立体を計算したが、頂点数に対して非常に計算量が多いため、今後数値的にロバストで高速な干渉立体形状計算が必要となる。

謝辞 本研究は、新エネルギー・産業技術総合開発機構環境・医療分野の国際研究開発・実証プロジェクト/ロボット分野の国際研究開発・実証事業「Choreonoidフレームワークを用いた災害対応ロボットシミュレータの研究開発」(代表: 金広文男) および革新的研究開発推進プログラムタフ・ロボティクス・チャレンジ (PM 田所諭) 「極限環境シミュレーションプラットフォーム Choreonoidの開発」(代表: 金広文男) の支援を受けた。

参考文献

- [1] Naoki Wakisaka and Tomomichi Sugihara: "Fast and Reasonable Contact Force Computation in Forward Dynamics Based on Momentum-Level Penetration Compensation", Intelligent Robots and Systems, 2014. IEEE/RSJ International Conference on, pp.2434-2439, 2014.
- [2] D. Baraff: "Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies" SIGGRAPH Comput. Graph., vol.23, pp.223-232, July 1989.
- [3] K. Yamane and Y. Nakamura: "Stable penalty-based model of frictional contacts", Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, pp.1904-1909, may 2006.
- [4] Keny Erleben, Jon Sporring, Kund Henriksen, and Henrik Dohlmann: Physics-Based Animation. Charles River Media, 2005.
- [5] S Hasegawa and M Sato: "Real time Rigid Body Simulation for Haptic Interactions Based on Contact Volume of Polygonal Objects" Computer Graphics Forum, vol.23, no.3, pp.529-538, 2004.
- [6] E.G. Gilbert, D.W. Johnson, and S.S. Keerthi: "A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space" Robotics and Automation, IEEE Journal of, vol.4, no.2, pp.193-203, Apr 1988.
- [7] D.E. Muller and F.P. Preparata: "Finding the intersection of two convex polyhedra" Theoretical Computer Science, vol.7, no.2, pp.217-236, 1978.
- [8] R. Featherstone: Robot Dynamics Algorithm. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1987.