

# 着地時の立位安定性を保証する二脚ロボットの運足誘導型制御

## Foot-guided Control of a Biped Robot That Guarantees Standing Stability at Landing

正 杉原知道 (阪大)

Tomomichi Sugihara, Osaka University, zhidao@ieee.org

A new biped robot control enables a robust foot-guided maneuver which suits to the transportation in complex environments. The standing stability at the moment of landing is guaranteed based on the model-predictive control. It is potentially flexible against perturbations since it only requires the current COM position and velocity with respect to the pivot foot.

**Key Words:** Biped robot, Foot-guided control, Standing stability, Model-predictive control

### 1 はじめに

複雑な地形の上で転倒を避けながら限られた足場を辿り、安定に目的地へと至れることは、二脚ロボットに必須の能力である。これには、足が地面から受ける反力の巧みな操作が求められる。片足を離れし目標着地位置へと踏み出すためには、反対の足に反力を集め軸足としなければならないが、そのことにより重心は不安定化する。将来的に足を着地することで安定性を回復する [1] よう、軸足の遷移と重心の制御を同時に考える必要がある。

Kajita ら [2] は上記のような制御を、予見制御を用いて実現する方法を提案した。足場に合わせて定めた運足すなわち軸足の遷移に整合するように、ZMP [3] が将来描くべき軌跡を決定する。それに実際の ZMP が追従し、かつ重心が収束するようにフィードバックを施すことで、足の踏み替えと安定性の保証を両立する。これを短いサイクルでオンラインで行い、二脚ロボットを操縦する方法 [4, 5] も開発されている。この方法は、一定時間にわたる目標 ZMP 軌跡を高精度に再現しようとする。しかし、地面との接触の不確かさや足着地時に受ける衝撃により頻繁に生じる摂動を補償する上で、ZMP の運動を事前に規定することは不利である。摂動に応じて目標 ZMP 軌跡を変化させる方法 [6, 7] も提案されているが、即時的な効果を持つものではない。重心躍度を操作量としていることも、重心加速度まで高精度に観測することを要求するため問題である。ロバストな二脚制御を実現するためには、事前に与える情報や制約は可能な限り削減し、状態に応じてリアルタイムに ZMP を操作することが重要である。

上記を踏まえ本稿では、次の特長を持つ新しい運足誘導型二脚ロボット制御を提案する。

1. ZMP を操作量とし、加速度の観測を要求しない
2. ZMP は軸足に近付けることのみを規範に操作し、詳細な目標軌跡を与えない
3. 目標 ZMP への重心の収束を求めない。転倒しないことは、着地時に立位安定性 [8] を満たすことのみを以て保証する

これにより、Kajita らの方法よりも大幅に簡単な表現で、かつ観測器の要求精度もより低い制御器を実装することが可能になる。毎時の ZMP 操作量は、軸足位置、目標踏み出し位置、着地までの残り時間を与えれば、現在の重心の位置・速度からただちに決まり、重い最適化計算を行う必要がない。

## 2 運足誘導型二脚ロボット制御

### 2.1 二脚ロボットモデルと運足誘導

ロボットの進行方向を  $x$  軸、左右方向を  $y$  軸、鉛直方向を  $z$  軸とする。重心まわり角運動量変化の影響および重心鉛直方向加速

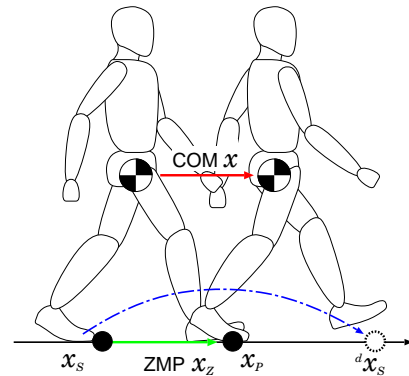


Fig.1 踏み出し運動時の重心・ZMP・足先の動き

度の影響は無視できると仮定すれば、運動方程式は次式で表せる。

$$\ddot{x} = \zeta^2 (x - x_z) \quad (1)$$

$$\ddot{y} = \zeta^2 (y - y_z) \quad (2)$$

$$\zeta \equiv \sqrt{\frac{g}{z - z_z}} \quad (3)$$

ただし、 $(x, y, z)$  は重心位置、 $(x_z, y_z, z_z)$  は ZMP 位置、 $g = 9.8[\text{m/s}^2]$  は重力加速度である。 $z_z$  は仮想水平面の高さであり適当に与える。 $x_z, y_z$  を操作することで  $x, y$  を制御可能である。式 (1) と (2) は対称であるので、以降は式 (1) のみ考える。

たとえば Fig. 1 のように、右足を軸足とし左足を  $x_s$  から前方の  $x_s^d$  へと踏み出す動作を考えよう。はじめ、ZMP は両足と地面との接触点群の凸包内にある。重心に十分な速度を持たせないまま左足を離地させた場合、ZMP は瞬間的に軸足 (右足) に移動し、重心は後ろ向きに加速され最悪の場合転倒に至る。重心が軸足を越えられるよう前方に加速しながら、ZMP を軸足に遷移させなければならない。

### 2.2 Kajita らの方法

前節の問題に対し Kajita ら [2] が提案した、予見制御による方法を紹介する。重心躍度を入力、ZMP を出力とすると、式 (1) は次のように変形できる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (4)$$

$$x_z = [1 \ 0 \ -\frac{1}{\zeta^2}] [x \ \dot{x} \ \ddot{x}]^T \quad (5)$$

ただし,  $u \equiv \ddot{x}$  とおいた. これに対し, 入力を次のように求める.

$$u = \arg \min_u \frac{1}{2} \int_t^{t+T} \left\{ q(x_Z - {}^d x_Z)^2 + ru^2 \right\} dt \quad (6)$$

ただし,  $T$  は適当な時間,  $q, r$  は正の重み係数である.  ${}^d x_Z$  は目標 ZMP 軌跡であり, 適当な時刻  $T_L$  ( $< T$ ) に対し時刻  $t + T_L$  以降は軸足接地領域内に収まる必要がある. 状態方程式を時間幅  $T/N$  ( $N$  は自然数) で離散化すれば, 入力  $u$  は次式で求まる.

$$u = -p_1 x - p_2 \dot{x} - p_3 \ddot{x} + \sum_{k=1}^N f_k {}^d x_Z[k] \quad (7)$$

ただし,  $x_Z[k] = x_Z(t + Tk/N)$  とおいた. ゲイン  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) および  $f_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ) はある Riccati 方程式を解くことにより求まる. 詳細は原著を参照されたい.

この方法は次の 3 つの問題を持つ.

1. 加速度  $\ddot{x}$  をフィードバック量に含むため, 高い状態推定精度が要求される.
  2. 時刻  $t \sim t + T$  における目標 ZMP 軌跡全体が必要である. 運動の安定性を保証する上で, これは過剰な拘束であり, 摂動に対するロバストさが損なわれる原因となる.
  3. 重い Riccati 方程式を毎回解かなければならない
- 3 番目の問題は, 計算機の性能向上により解消される可能性があるが, 1, 2 番目は質的に大きな問題であると言える.

### 2.3 着地時の立位安定性のみ保証する方法

前述の問題 2 を解消するために, ZMP を操作量と見なし, その詳細な目標軌跡を先見的に決めるのではなく, 踏み出しの間に軸足に漸近することだけを求めることにする. さらに, 踏み出しの間に重心が不安定化することはむしろ必要条件であるので, 着地の瞬間に立位安定性が回復されることのみを制約とする. このことにより, 次元の関係からフィードバックに必要な状態量は位置と速度のみとなるため, 問題 1 も同時に解消される.

着地までの時間  $T$  は与えられるものとする. 上記に従えば, 操作量としての目標 ZMP  $x_Z$  は次の最適化問題を解けば求まる.

$$x_Z = \arg \min_{x_Z} \frac{1}{2} \int_t^{t+T} (x_Z - x_P)^2 dt$$

$$\text{subject to } x(t+T) + \frac{\dot{x}(t+T)}{\zeta} = {}^d x_S \quad (8)$$

ただし  $x_P$  は軸足の位置であり, 時刻  $t \sim t + T$  で不変とする.

単純差分による離散近似を用いて問題 (8) を解くことを考えよう. 時間幅  $\Delta t = T/N$  として式 (1) を離散化すると, 次式を得る.

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ v[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ \zeta^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ v[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta^2 \Delta t \end{bmatrix} x_Z[k] \quad (9)$$

ただし  $x[k] \equiv x(t+k\Delta t)$ ,  $v[k] \equiv \dot{x}(t+k\Delta t)$ ,  $x_Z[k] \equiv x_Z(t+k\Delta t)$  である. また終端値条件は

$$x[N] + \frac{v[N]}{\zeta} = {}^d x_S \quad (10)$$

となる. 式 (9) より

$$\begin{bmatrix} x[k] \\ v[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ \zeta^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} x[0] \\ v[0] \end{bmatrix} + \sum_{j=0}^{k-1} \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ \zeta^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix}^{k-j-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta^2 \Delta t \end{bmatrix} x_Z[j] \quad (11)$$

かつ

$$\begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ \zeta^2 \Delta t & 1 \end{bmatrix}^k = \frac{1}{2\zeta} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \zeta & -\zeta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1 + \zeta \Delta t)^k & 0 \\ 0 & (1 - \zeta \Delta t)^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta & 1 \\ \zeta & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

であるから, 式 (10) は

$$h^N x_{C0} - \sum_{k=0}^{N-1} \zeta \Delta t h^{N-k-1} x_Z[k] = {}^d x_S \quad (13)$$

と変形される. ただし,  $x_{C0} \equiv x[0] + \frac{v[0]}{\zeta}$ ,  $h \equiv 1 + \zeta \Delta t$  とそれぞれおいた. この下で, 問題 (8) は

$$\{x_Z[k]\} = \arg \min_{\{x_Z[k]\}} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (x_Z[k] - x_P)^2$$

for  $\forall k = 0, \dots, N-1$  subject to Eq. (13) (14)

となる. 未定乗数  $\lambda$  を用いて

$$L \equiv \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (x_Z[k] - x_P)^2 + \lambda \left( h^N x_{C0} - {}^d x_S - \sum_{k=0}^{N-1} \zeta \Delta t h^{N-k-1} x_Z[k] \right) \quad (15)$$

を定義すると, ラグランジュ乗数法より

$$\frac{\partial L}{\partial x_Z[k]} = x_Z[k] - x_P - \lambda \zeta \Delta t h^{N-k-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_Z[k] = x_P + \lambda \zeta \Delta t h^{N-k-1} \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = h^N x_{C0} - {}^d x_S - \sum_{k=0}^{N-1} \zeta \Delta t h^{N-k-1} x_Z[k] = 0 \quad (17)$$

である. 式 (16) を式 (17) に代入し  $\lambda$  を求めると,

$$\lambda = \frac{(1-h^2) \{h^N x_{C0} - {}^d x_S + (1-h^N)x_P\}}{(1-h^{2N})(\zeta \Delta t)^2} \quad (18)$$

これを再度式 (16) に代入すれば,

$$x_Z[k] = x_P - \frac{h^{N-k-1}(1+h) \{h^N(x_{C0} - x_P) - ({}^d x_S - x_P)\}}{1-h^{2N}} \quad (19)$$

を得る.  $y$  軸方向についても同様である.

式 (19) において  $k=0$  とすれば,  $x[0] = x(t)$ ,  $v[0] = \dot{x}(t)$ ,  $x_Z[0] = x_Z(t)$  であることより次式を得る.

$$x_Z = x_P - \frac{h^{N-1}(1+h)}{1-h^{2N}} (h^N x_{CP} - {}^d x_{SP}) \quad (20)$$

$$x_{CP} \equiv x + \frac{\dot{x}}{\zeta} - x_P \quad (21)$$

$${}^d x_{SP} \equiv {}^d x_S - x_P \quad (22)$$

この式は次の特徴を持つ.

1. 制御器が必要とする状態量は, 軸足位置に対する相対的な Capture Point[9] 位置および目標踏み出し位置だけである
2.  $\zeta$  が定数ならば, 係数は全て事前に計算できる
3.  $\zeta$  が定数でなかったとしても, 係数は小さい計算量で求まる

したがって、前述の問題 3 も解消されていると言える。

次に、踏み出し足の制御について考えよう。ZMP は軸足位置  $x_P$  に漸近するので、これが軸足裏に入った時刻  $t + T_L$  以降に足を離地させ  ${}^d x_S$  まで踏み出せば良い。様々な方法が考えられるが、ここでは簡単に、加速度最小規範に従って、時間  $T$  経過後に足先を目標踏み出し位置  ${}^d x_S$ ,  ${}^d z_S$  へと滑らかに着地させる。足先は、次の簡略化された運動方程式に従うものとする。

$$\ddot{x}_S = a_{Sx} \quad (23)$$

$$\ddot{z}_S = a_{Sz} - a_B \quad (24)$$

ただし、 $a_{Sx}$  および  $a_{Sz}$  はそれぞれ踏み出し足の  $x$  軸方向および  $z$  軸方向加速度、 $a_B$  は足に働く重力加速度である。さらに、次の終端値境界条件が課せられる。

$$x_S(t+T) = {}^d x_S, \quad \dot{x}_S(t+T) = {}^d v_{Sx}(=0) \quad (25)$$

$$z_S(t+T) = {}^d z_S, \quad \dot{z}_S(t+T) = {}^d v_{Sz}(<0) \quad (26)$$

ただし、 ${}^d v_{Sx}$  は  $z$  軸方向の足先目標着地速度であり、足が確かに接地するように設定するものである。この下で、次のような独立した最小化問題として制御入力  $a_{Sx}$  および  $a_{Sz}$  を決定する。

$$a_{Sx} = \arg \min_{a_{Sx}} \frac{1}{2} \int_{t+T_L}^{t+T} a_{Sx}^2 dt \quad \text{subject to Eq. (25)} \quad (27)$$

$$a_{Sz} = \arg \min_{a_{Sz}} \frac{1}{2} \int_{t+T_L}^{t+T} a_{Sz}^2 dt \quad \text{subject to Eq. (26)} \quad (28)$$

これらも離散化を用いれば、次のように解ける。

$$a_{Sx}[k] = \frac{12}{N(N-1)^2 \Delta t^2} \left\{ \frac{N-2k-1}{2} ({}^d x_S - x_S[0]) - N v_{Sx}[0] \Delta t + \frac{N-1}{2} \left( \frac{N-3k-2}{3} \right) v_{Sx}[0] \Delta t \right\} \quad (29)$$

$$a_{Sz}[k] = \frac{12}{N(N-1)^2 \Delta t^2} \left\{ \frac{N-2k-1}{2} ({}^d z_S - z_S[0]) - N v_{Sz}[0] \Delta t + \frac{N(N-1)}{2} a_B \Delta t^2 \right. \\ \left. - \frac{N-1}{2} \left( \frac{N-3k-2}{3} \right) ({}^d v_{Sz} - v_{Sz}[0] + N a_B \Delta t) \Delta t \right\} \quad (30)$$

ただし、 $x_S[k] \equiv x_S(t+k\Delta t)$ ,  $v_{Sx}[k] \equiv \dot{x}_S(t+k\Delta t)$ ,  $a_{Sx}[k] \equiv a_{Sx}(t+k\Delta t)$ ,  $z_S[k] \equiv z_S(t+k\Delta t)$ ,  $v_{Sz}[k] \equiv \dot{z}_S(t+k\Delta t)$ ,  $a_{Sz}[k] \equiv a_{Sz}(t+k\Delta t)$  とそれぞれおいた。  $k=0$  とすれば、

$$a_{Sx} = \frac{6}{N(N-1)\Delta t^2} \left( {}^d x_S - x_S - \frac{2(N+1)v_{Sx}}{3} \Delta t \right) \quad (31)$$

$$a_{Sz} = \frac{6}{N(N-1)\Delta t^2} \left( {}^d z_S - z_S - \frac{2(N+1)v_{Sz} + (N-2){}^d v_{Sz}}{3} \Delta t \right) + \frac{N+1}{N-1} a_B \quad (32)$$

となる。  $y$  軸方向入力加速度は式 (31) と同様に求まる。

### 3 実施例 (シミュレーション)

提案方法をシミュレーション上で実施した例を示す。  $\Delta t = 0.01$ ,  $z = 0.3$  とし、重心初期位置 (0,0), 左足初期位置 (0,0.5), 右足初期位置 (0,-0.5) から運動開始して 1 歩目: 左足 (0.12, 0.02, 0), 2 歩目: 左足 (0.15, -0.13, 0), 3 歩目: 左足 (0.30, -0.05, 0), 4 歩目: 左足 (0.30, -0.15, 0) とした。足形状は前縁 0.05m, 後縁 0.04m, 内縁・外縁とも 0.03m の長方形とした。

Fig. 2, Fig. 3 は、それぞれ 1 歩あたり時間を 0.8s, 0.5s とした例の重心, ZMP, 両足軌跡である。加減速の様子はそれぞれ異なるが、どちらも指定の足着地位置を辿れていることが分かる。

また Fig. 4 は、1 歩あたり時間を 0.8s とし、時間 0.4 ~ 0.65s (図中点ハッチングを施した期間) に ZMP が後向きに 0.01m, 左向きに 0.01m ずれるような外力が加えられた場合の軌跡である。Fig. 3 では、1 歩あたり時間は同じく 0.8s とし、常に ZMP が前後、左右ともに  $\pm 0.01m$  の範囲でずれるよう乱数的に外力が加えられた場合の軌跡である。どちらの例でも、ZMP の摂動が重心運動に影響を及ぼしているが、足を指定の時間に指定の位置に着地し運動を継続できている。

## 4 おわりに

Kajita らの方法よりも表現が簡単で、観測器の要求精度もより低い新たな運足誘導型二脚ロボット制御を提案した。重い最適化計算を必要とせず、現在の重心の位置・速度からただちに ZMP 操作量を決められること、着地時の立位安定性のみ制約条件とすることで、摂動に対する柔軟性を高められたと考える。なお、野崎ら [10] により、本方法と重心誘導型制御 [11] を運動中にシームレスに切り替える方法も提案されている。

本研究は、文部科学省科学研究費補助金基盤研究 (B) (課題番号: #15H02762) および文部科学省科学研究費補助金挑戦的萌芽研究 (課題番号: #26540135) の支援を受けた。

## 参考文献

- [1] H. Miura and I. Shimoyama. Dynamic Walk of a Biped. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 2, pp. 60–74, 1984.
- [2] S. Kajita et al. Biped Walking Pattern Generation by using Preview Control of Zero-Moment Point. In *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 1620–1626, 2003.
- [3] M. Vukobratović and J. Stepanenko. On the Stability of Anthropomorphic Systems. *Mathematical Biosciences*, Vol. 15, No. 1, pp. 1–37, 1972.
- [4] K. Nishiwaki and S. Kagami. Online Walking Control System for Humanoids with Short Cycle Pattern Generation. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 28, No. 6, pp. 729–742, 2009.
- [5] A. Herdt et al. Online Walking Motion Generation with Automatic Footstep Placement. *Advanced Robotics*, Vol. 24, No. 5–6, pp. 719–737, 2010.
- [6] S. Kajita et al. Biped Walking Pattern Generator allowing Auxiliary ZMP Control. In *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2993–2999, 2006.
- [7] K. Nishiwaki and S. Kagami. Strategies for adjusting the ZMP reference trajectory for maintaining balance in humanoid walking. In *Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 4230–4236, 2010.
- [8] T. Sugihara. Standing Stabilizability and Stepping Maneuver in Planar Bipedalism based on the Best COM-ZMP Regulator. In *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 1966–1971, 2009.
- [9] J. Pratt, J. Carff, S. Drakunov, and A. Goswami. Capture Point: A Step toward Humanoid Push Recovery. In *Proceeding of the 2006 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 200–207, 2006.
- [10] 野崎晴基, 杉原知道. 地形に合わせた二脚ロボットのための重心誘導型制御と運足誘導型制御の遷移. 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス 2016 講演会 (発表予定), 2016.
- [11] 熱田洋史, 野崎晴基, 杉原知道. 移動座標系に基づいた二脚ロボットの前後・左右・旋回歩行制御. 第 33 回日本ロボット学会学術講演会, 2I2-05, 2015.

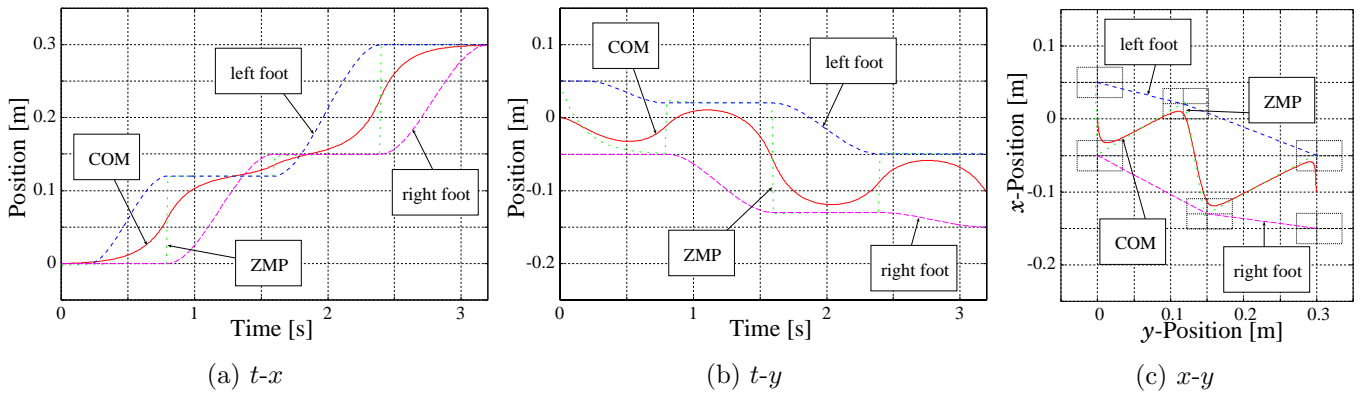


Fig.2 重心・ZMP・左足・右足軌跡 ( $T = 0.8s$ ,  $z = 0.3m$ , 摂動なし)

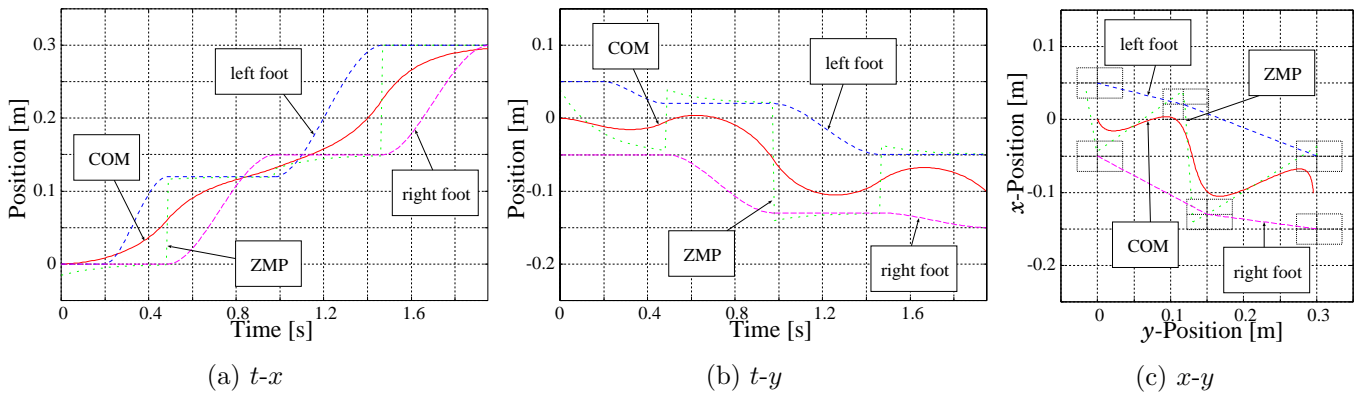


Fig.3 重心・ZMP・左足・右足軌跡 ( $T = 0.5s$ ,  $z = 0.3m$ , 摂動なし)

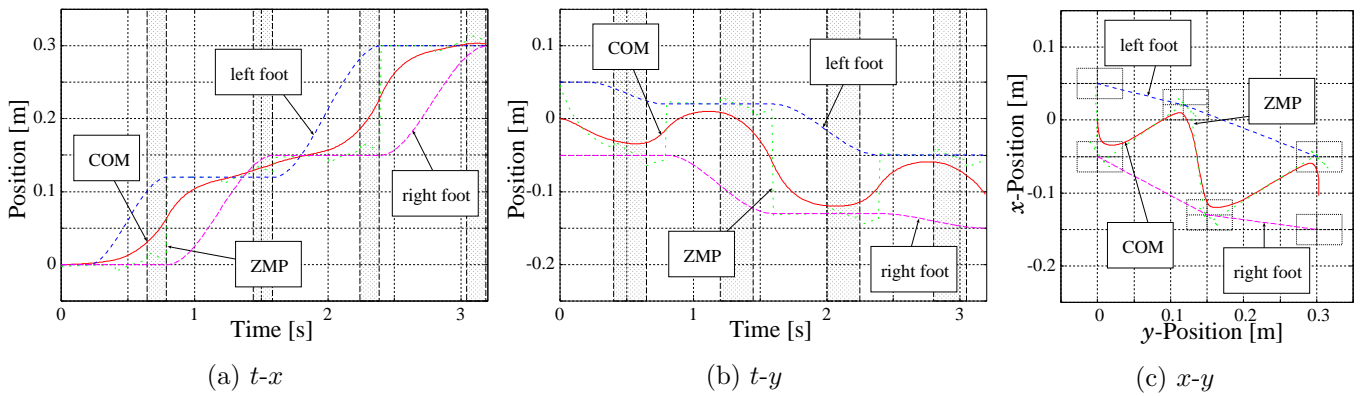


Fig.4 重心・ZMP・左足・右足軌跡 ( $T = 0.8s$ ,  $z = 0.3m$ , 毎歩  $0.4 \sim 0.65s$  ZMP に  $0.01m$  一定摂動)

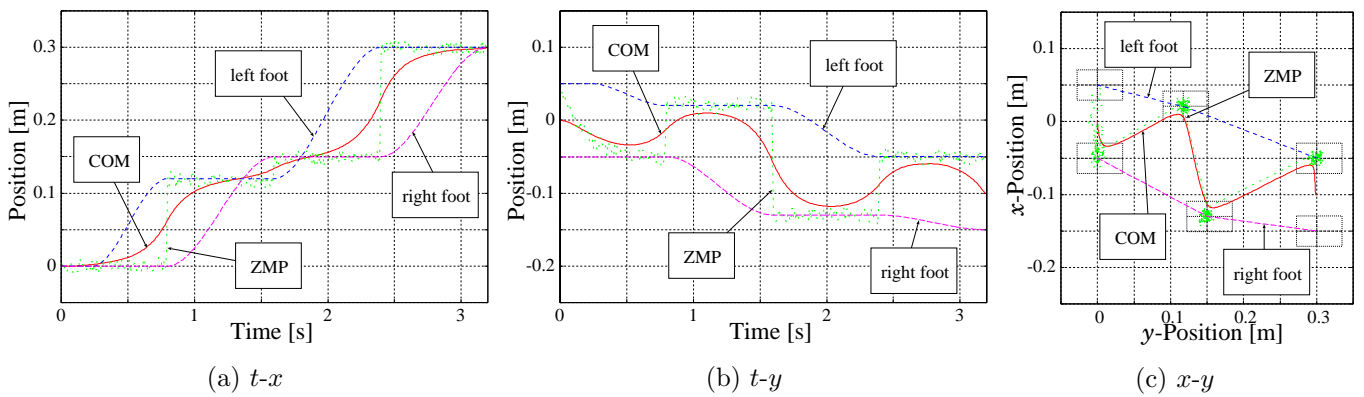


Fig.5 重心・ZMP・左足・右足軌跡 ( $T = 0.8s$ ,  $z = 0.3m$ , ZMP に  $-0.01 \sim 0.01m$  で乱数の摂動)