

沈下と排土抵抗の重ね合わせに基づく土質力学シミュレーション

Soil Mechanics Simulation Based On Superposition of Subsidence and Bulldozing Resistance

学 鈴木 健元 (阪大) ○正 杉原 知道 (阪大)

Takeharu Suzuki, Osaka University

Tomomichi Sugihara, Osaka University

A novel model of soil mechanics for dynamics simulations of field robots is proposed. The contact stress and the ground deformation are computed based on a hypothesis that the linear superposition of the subsidence and bulldozing resistance forces turns to the contact pressure. An explicit consideration of the two types of resistances enables to model the soil as a stress field and also to estimate the ground deformation from the horizontal sweep. Bekker's empirical formula is enhanced in order to compute the subsidence resistance force and the plasticity of soil, while the bulldozing resistance model is based on Coulomb's soil pressure theory.

Key Words: Terramechanics, Dynamics simulation, Soil pressure, Subsidence, Bulldozing resistance

1 はじめに

自然環境で作業するロボットのシミュレーションにおいては、ロボット身体と同様に、それと相互作用する地盤のダイナミクスを再現することも重要である。土は、フィールドロボットの活動場所としてしばしば想定される山林地帯や造成現場等の地盤であり、挙動をシミュレートする必要性が高い。

土質力学においては、土粒の運動を再現する目的で個別要素法や有限要素法が用いられることが多い。一方、土の上で運動する物体や移動体に主な興味がある場合には、このような計算は過度に詳細であり目的にそぐわない。従来方法は、地盤を移動体に対し力を与える場としてのモデル化 [1, 2] や、1次元的な地面沈下の表現 [3, 4] にとどまっている。土の3次元的な変形を伴うロボットとの相互作用を、個々の土粒の慣性運動にまで考えを及ぼすことなく、比較的低い計算コストで再現するモデルが求められる。

本稿では、物体が土から受ける力と土表面の変形とを同時に計算する新たな方法を提案する。土に侵入した物体に作用する面圧が、沈下量に対する抵抗力と水平方向の排土抵抗力との線形な重ね合わせによって決まるという仮説を立てる。2方向の抵抗力を陽に考慮することで、土をある種の応力場として扱いながら、かつ排土方向の掃引量に基づいて土自体の変形量も推定する。塑性変形まで考慮し沈下抵抗力を求めるために、Bekkerら [1] の実験式を拡張した新たな式を提案する。また排土抵抗力は Coulomb の土圧理論により求める。さらに、地形を NURBS 曲面によって表現し、単純なモデルで一般的な多面体形状物体と土との相互作用力とそれに伴う地面の沈下や隆起を再現する。

2 沈下抵抗と排土抵抗の重ね合わせによる地盤モデル

土中に侵入している面が受ける力を、Fig. 1 のように垂直抗力 F_N と摩擦力 F_F に分けて考え、垂直抗力は沈下抵抗力と排土抵抗力との重ね合わせによるもの仮説を立てる。沈下抵抗力とは、面が水平を維持しながら土中に侵入した際の沈下量に依存して決まる力である。また排土抵抗力とは、面が土中で鉛直を維持している際に受ける力であり、土自体のすべり角から決まる。前者を F_s 、

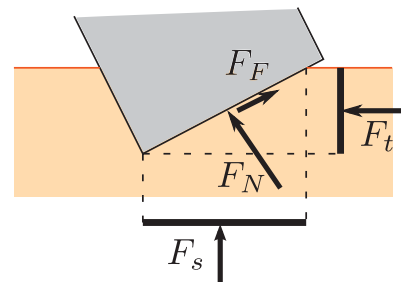


Fig.1 土中に侵入した物体の面に作用する力モデル

後者を F_t とそれぞれおくと、 F_N は次式で計算される。

$$F_N = \nu_2^T \begin{bmatrix} F_t & 0 \\ 0 & F_s \end{bmatrix} \nu_2 \quad (1)$$

ただし ν_2 は、 x, y 軸を水平面内に、 z 軸を鉛直方向にそれぞれとったときの、面の外向き単位法線ベクトル $\nu = [x \ y \ z]^T$ から次のように求める。

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

また、 F_F は次式で求まる。

$$F_F = \mu F_N + c \quad (3)$$

ただし、 μ は土と面との間の動摩擦係数、 c は土の一定粘着力である。このように表すことで、土はある種の応力場として機能し、連続体力学に基づいて任意の面に対する力に容易に変換できる。

3 沈下抵抗モデル

Bekker[1] は、土上を走行する車輪の沈下部底面を長方形でモデル化し、沈下量 d と土から受ける圧力 P_s との関係が次式で近似できることを実験的に示した。

$$P_s = \left(k_\phi + \frac{k_c}{b} \right) d^n \quad (4)$$

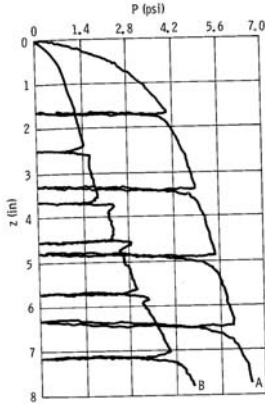


Fig.2 Bekker[1] による土への加圧-除荷実験で得られた圧力-沈下量曲線 (2種類の土による)

ただし, k_ϕ , k_c , n は土固有の定数, b は長方形の短辺長さである. 長方形の長辺長さを a とおいたとき, 暗黙のうちに $a \gg b$ であることを仮定している. すなわち長方形の面積を $S = ab$, 周長を $C = 2(a+b)$ とそれぞれおくと, b は次のようにも近似できる.

$$b \simeq \frac{2S}{C} \quad (5)$$

これを用いれば, 式 (4) は次のようにも表せる.

$$P_s = \left(k_\phi + \frac{C}{S} k_a \right) d^n \quad (6)$$

ただし, $k_a \simeq \frac{1}{2} k_c$ とおいた. これに次のように面積 S を乗じれば, 面が受ける力 F_s となる.

$$F_s = (Sk_\phi + Ck_a) d^n \quad (7)$$

ここで, 長方形に限らず任意の形状の土中に侵入している面について式が成り立つと仮定する. この妥当性は後ほど検証するが, 多くの場合 k_a は負の値をとることが分かった. 物理的には, Sk_ϕ は土を面で圧縮する際の抵抗に関する係数, $-Ck_a$ は面の周縁から土が逃げることによる抵抗の減少を表す係数と解釈できる.

さらに, 土の塑性変形を表現できるように式 (6) を拡張する. Fig. 2 は, Bekker が土の加圧による塑性変形と除荷を反復して得た圧力-沈下量曲線である. 除荷時には沈下量が微小量減少し, 再加圧時にはその軌跡を逆にたどって再び式 (4) の振舞いに戻ることが分かる. そこで, 式 (6) を次式で置き換える.

$$P_s = \left(k_\phi + \frac{C}{S} k_a \right) \left(1 - e^{-\alpha(d-d_0)} \right) d^n \quad (8)$$

ただし, d_0 は加圧によって塑性変形した沈下量の推定値, α は式 (6) への復帰しやすさを表す定数である. この式による圧力-沈下曲線は Fig. 3 のようになる. 単調に加圧されている際は図中の青実線に, 除荷後に再加圧されている際は図中の緑点線にそれぞれ沿って反力が変化する.

d_0 は次のように推定する. 沈下量が d^\dagger であるときに除荷され d_0 まで減少し, その後再加圧されて d^\dagger に戻ったとする. 再加圧による d_0 からの沈下量増分について, 次が成り立つと仮定する.

$$Kd^{\dagger n} = K'(d^\dagger - d_0)^{n'} \quad (9)$$

ただし, $K = Sk_\phi + Ck_a$ であり, K' , n' は適当に設計する. このとき, d_0 は次のように推定される.

$$d_0 = d^\dagger - \left(\frac{Kd^{\dagger n}}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (10)$$

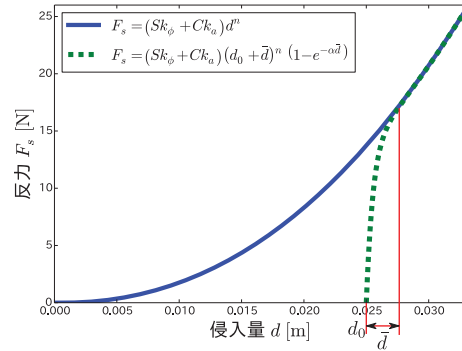


Fig.3 式 (8) のプロット. 単調に加圧されている際は青実線に, 除荷後の再加圧時は緑点線にそれぞれ沿って反力が変化する.

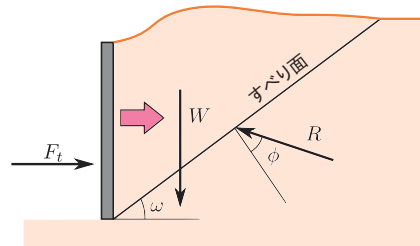


Fig.4 受働土圧に基づく排土抵抗力モデル

4 排土抵抗モデル

水平方向の排土抵抗力は, Coulomb の土圧理論における受働土圧の考え方に基づいて計算する. Fig. 4 のように, 土中で鉛直を維持している面に, その外側にある土塊の重量が内部すべりによって作用すると考える. このとき面にかかる力 F_t は次式で求まる.

$$F_t = W \tan(\omega + \phi) \quad (11)$$

ただし, W は土塊にかかる重力, ω は水平面に対するすべり面の勾配, ϕ は土の内部摩擦角である. ω と ϕ は, 地表面が水平ならば次の関係を満たす.

$$\omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (12)$$

本稿では, 次節で述べる通り地表面を分割し, 各々の部分地表面は常に水平面で近似できるとして, 上式および設計 (同定) した ϕ から ω を求める. W は土の密度および土塊の体積から求まる.

5 NURBS 曲面を用いたシミュレーション方法

5.1 NURBS 曲面による地面形状の表現

前節までに示した沈下抵抗モデルおよび排土抵抗モデルに基づいて考案した, シミュレーションのための計算方法を説明する. 地面形状を, パラメトリック曲面の一種である NURBS 曲面によって表現する. これはポリゴンメッシュよりも少ないパラメータで, 比較的豊かな曲面形状を表現できる. 簡単のため, ノットベクトルは等間隔に定義する. また, 制御点の x , y 座標および重みは固定し, 侵入物体との相互作用によって z 座標のみ変動させるものとする. NURBS 曲面と物体との干渉計算は, 物体の各面を細分割して得た微小面 (侵入片) 群をもって形状を代表することで行う.

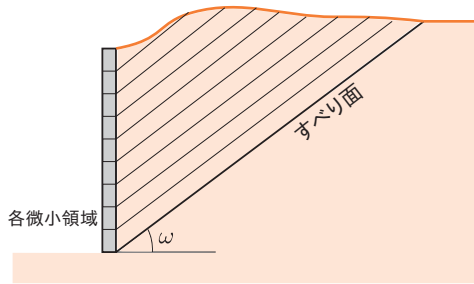


Fig.5 各侵入片に排土抵抗力を及ぼす土塊部分

5.2 沈下抵抗力の計算および地面変形

変形前後の地面形状を表現するために、二つの NURBS 曲面を使用する。変形前のものを基準曲面、変形後のものを地表曲面とそれぞれ呼び、式 (7), (10) における d や d_0 は基準曲面からの変位量とする。初期加圧された特殊な地面を除き、初期状態においては基準曲面と地表曲面は一致しているものとする。

土に侵入している物体の構成表面を複数の侵入片に分割する。各侵入片中心点の座標が (x, y, z) であるとすると、基準曲面および地表曲面の水平座標 (x, y) における高さがそれぞれ z_0, z_G であるならば、 d および d_0 は次式のように求まる。

$$d = \max\{z_0 - z, 0\} \quad (13)$$

$$d_0 = \max\{z_0 - z_G, 0\} \quad (14)$$

侵入片に作用する沈下抵抗 ΔF_s は次式で計算される。

$$\Delta F_s = \left(k_\phi + \frac{C}{S} k_a\right) \left(1 - e^{-\alpha(d-d_0)}\right) d^n \Delta S \quad (15)$$

ただし、 ΔS は侵入片の面積である。全ての侵入片についてこれらを求め和をとれば、 F_s が得られる。

$$F_s = \sum \Delta F_s \quad (16)$$

次に地表曲面を変形させる。式 (10) より d の参照値 d_i を決め、地表曲面の高さがそれに近づくように制御点 z 座標を修正する。侵入片の法線と地表曲面の法線を比較することで隆起する側の制御点を選択し、仮の修正量を $\max\{d_i - d, 0\}$ とする。全ての侵入片に対してこれを行い、その過程で同一制御点により大きな修正量が要求されたときは値を上書きしていくことで、最終的な修正量を決定する。この処理を毎ステップ行うことにより、地表曲面の概形が参照値に漸近していくことを期待する。

5.3 排土抵抗力の計算および地面変形

排土抵抗の計算について、まず侵入片の水平方向侵入量 d_t を求め、 $d_t > d_t^{\text{ef}}$ であった場合に排土抵抗力 ΔF_t を計算する。ただし、 d_t^{ef} は参照値である。Fig. 5 のように、侵入片境界からすべり面に平行に面を伸ばしたときの地表面との交点を求め、侵入片からその点までの水平方向距離を l とおくと、 ΔF_t は次のように近似的に求まる。

$$\Delta F_t = \frac{\rho g l \tan(\omega + \phi)}{\cos \omega} \Delta S \quad (17)$$

ただし、 ρ は土の密度、 g は重力加速度である。全ての侵入片についてこれらを求め和をとれば、 F_t が求まる。

$$F_t = \sum \Delta F_t \quad (18)$$

次に地表曲面を変形させる。排土された部分の変形は、沈下による変形と同様に仮の修正量 $\max\{d_t - d_t^{\text{ef}}, 0\}$ を与え、これが現

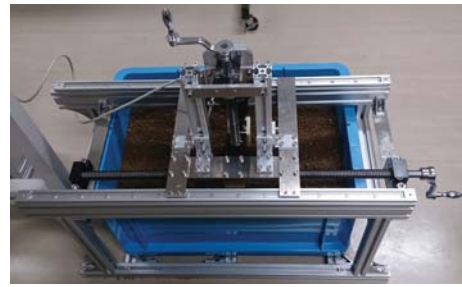


Fig.6 実験装置外観

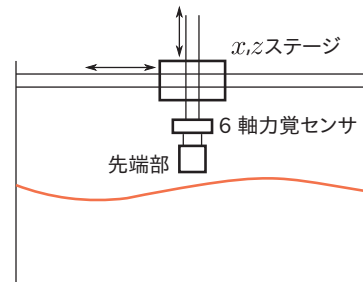


Fig.7 実験装置の構造模式図

在の修正量よりも大きい場合に値を上書きしていくことで最終的な修正量を決定する。一方、排土による地面の隆起は、排土された体積の一定割合を面の外側制御点の z 座標を増加させることで再現する。修正量は経験的に決定する。他の侵入片によって同一制御点に沈下する方向の修正が要求された場合にはそちらを優先し、元の修正量をさらに外側の制御点に引き渡す。

6 モデル評価実験とシミュレーション例

6.1 実験装置

提案する計算方法を評価検証するため、Fig. 6, 6 に示す実験装置を製作した。コンテナ内に真砂土を入れ、 x, z ステージの先端に取り付けたスタイラスにより力を加える。加えた力は 6 軸力覚センサにより計測する。土の密度は 1.307g/cm^3 、スタイラスとの動摩擦による摩擦角は 33° 、内部摩擦角は 51.3° 、粘着力は 0 とした。なお、摩擦角は一面せん断試験により実測した。

6.2 提案する沈下抵抗力計算方法の評価

式(6)の妥当性を確認するため、 $5 \times 5 \times 5\text{cm}^3$ および $5 \times 10 \times 5\text{cm}^3$ の樹脂ブロックをスタイラスとして鉛直に土に侵入させ、侵入量 d と反力を同時計測した。さらに側面に作用する動摩擦力を反力から差し引いて F_s とし、非線形最小二乗法を用いて k_ϕ, k_a を同定した。Fig. 8 はこれらを重ねて図示したものである。次式で定義される決定係数 R^2 を計算した。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=0}^n (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (19)$$

ただし、 y_i は計測値、 \bar{y} は計測値の平均値、 f_i は同定されたパラメータおよび式 (6) から求めた値であり、これが 1 に近いほど近似精度が高いと言える。結果は 0.973 であった。なお、Bekker の式 (4) に対し同じ計算を行ったところ、決定係数は 0.968 であった。

次に半径 5.5cm および 10cm の円盤を侵入させ同様の計測を行い、上記で同定した理論曲線と比較した。結果を Fig. 9 に示す。決定係数は半径 5.5cm の円盤で 0.946、半径 10cm の円盤で

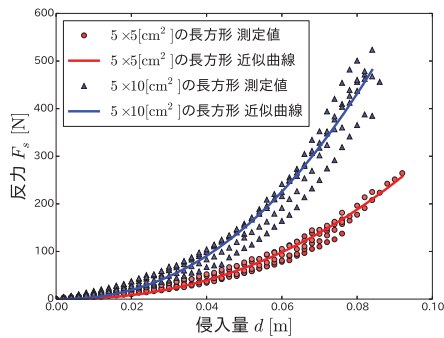


Fig.8 侵入量-反力の計測値と同定曲線 (直方体スタイラス)

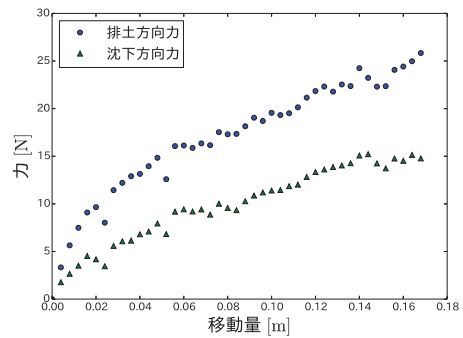


Fig.11 ブロック掃引実験における移動量-反力計測結果

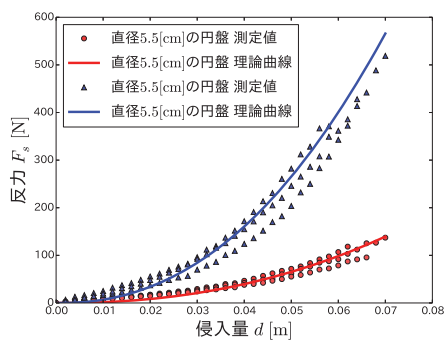


Fig.9 侵入量-反力の計測値と同定曲線 (円盤スタイラス)

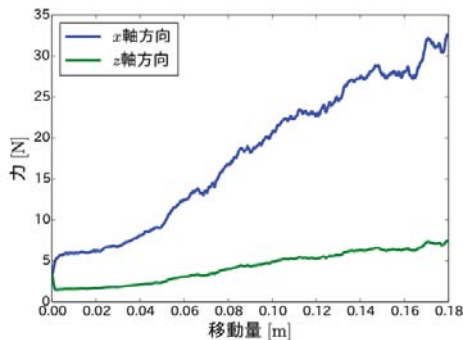


Fig.12 シミュレーションにより得られた移動量-反力

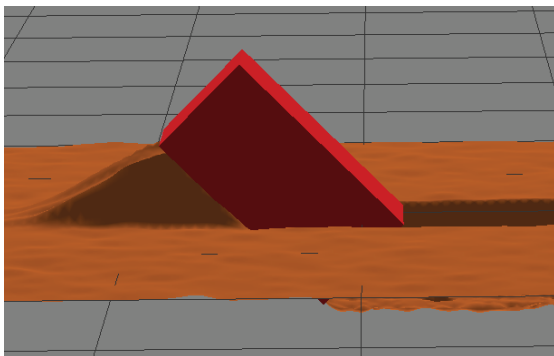


Fig.10 実施したシミュレーションのスナップショット

は 0.960 であった。以上より、提案式は長方形以外の侵入面形状に対しても適用可能であると言える。

6.3 シミュレーション実装および実測結果との比較

提案方法の精度を評価するため、Fig. 10 に示すように $5 \times 10 \times 5 \text{ cm}^3$ のブロックを 45° 傾斜させて土に侵入させたまま水平方向に掃引し、移動量と反力を実測する実験を行った。結果を Fig. 11 に示す。横軸は水平方向移動量である。移動量の増加に伴う排土により地面が隆起し、その結果排土抵抗力が増大している。

また、提案方法によって同じ状況のシミュレーションを行い、移動量と反力を計算した。排土による地面の隆起形状が実験結果に近くなるよう、高さ修正量を調整した。時間刻み幅は 0.0001 秒、NURBS 曲面の水平方向格子間隔は x, y 軸とも 5mm、侵入片の大きさは $5 \times 5 \text{ mm}^2$ とした。結果を Fig. 12 に示す。なお、再現した状況の時間は 1.8 秒であり、シミュレーションの計算時間は約 6 分であった。

Fig. 11 と Fig. 12 を比較すると、排土抵抗力の大きさは近い一方、沈下抵抗力の大きさはシミュレーションの値が実測値の半分

程度となっている。沈下部と隆起部との塑性変形の違いの再現精度が不足している可能性があり、基準曲面の修正方法に改善の余地があると考えられる。

7 おわりに

土中に侵入した物体面の受ける面圧は沈下抵抗力と排土抵抗力の重ね合わせとなる、という仮説を立て、それに基づく土質力学シミュレーションのためのモデルを提案した。また、塑性変形を考慮して Bekker の実験式を拡張した、沈下抵抗力の計算式を提案した。土表面の変位と加えた力との関係の実測に基づき、上記のモデルおよび計算式で実際の現象を比較的良く再現することができた。地面形状を NURBS 曲面によってパラメトリックに表すことで、上記の単純なモデルによっても、一般的な多面体形状物体と土との相互作用力とそれに伴う地面の沈下や隆起を再現できる方法を開発した。ただし、塑性変形の修正方法を改善する必要がある。シミュレーションの有用性を高めるために、パラメータ設定の手続きを検討することも今後の課題である。また、提案するシミュレーション方法において特に時間を要しているのは、NURBS 曲面と物体との干渉計算および制御点の座標修正である。これらの効率改善にも取り組む。

参考文献

- [1] M. G. Bekker. *Introduction to Terrain-Vehicle Systems*. Univ. of Michigan Press, 1969.
- [2] C. Li, T. Zhang, and D. I. Goldman. A Terradynamics of Legged Locomotion on Granular Media. *Science*, Vol. 339, No. 6126, pp. 1408–1412, 2013.
- [3] I. F. Collins and I. Einav. On the validity of elastic/plastic decompositions in soil mechanics. In *Proceeding of Symposium on Elastoplasticity*, pp. 193–200, 2005.
- [4] 小水内俊介, 小貫督仁, 吳孟鴻, 辻田哲平, 近野敦. 軟弱地面における 2 脚ロボットの歩行安定化制御. *日本ロボット学会誌*, Vol. 35, No. 7, pp. 548–556, 2017.